

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №332

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы (см. рис. выше). Земледельческие террасы – это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-

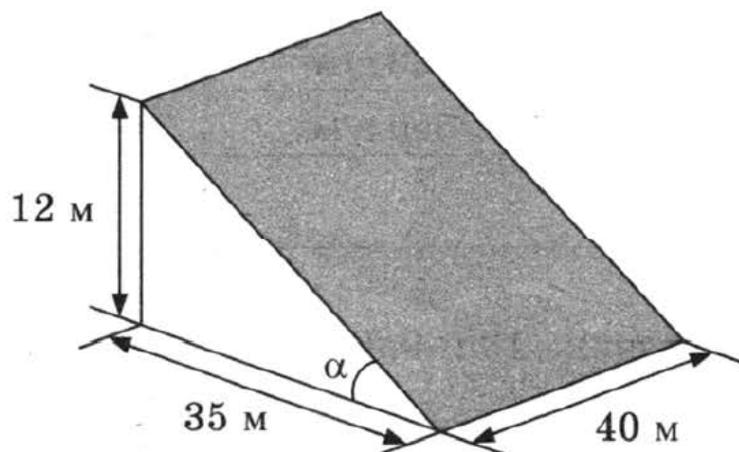
Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье – для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжёлого ручного труда.

Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка равна 40 м, а верхняя точка находится на высоте 12 м от подножия.

1. Земледелец на расчищенном склоне холма (ещё не террасированном) выращивал мускатный орех. Какова была площадь (в м^2), отведённая под посевы?

Ответ: _____.

2. Затем земледелец решил устроить террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено или кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла наклона, умноженный на 100%). Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.



Ответ: _____.

3. На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

4. Земледелец получает 650 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 16% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?

Ответ: _____.

5. В таблице дана урожайность культур, которые может засеять земледелец на своём террасированном участке. За год обычно собирается два урожая: летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засевать разные культуры.

Урожай	Урожайность риса (г/м ²)	Урожайность кукурузы (г/м ²)	Урожайность пшена (г/м ²)
Первый (июнь)	650	800	–
Второй (сентябрь)	550	–	600

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{1}{5} - \frac{27}{20}$.

Ответ: _____.

7. Известно, что $-1 < a < 0$ и $0 < b < 1$. Какое из следующих утверждений относительно этих чисел является верным?

- 1) $\frac{a}{b} > 0$ 2) $b - a < -1$ 3) $a + b > 1$ 4) $ab > -1$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{a^2 + 7a}{a^2 + 14a + 49}$ при $a = -2$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $\frac{6}{x+5} = -5$. В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: _____.

10. Для экзамена подготовили билеты с номерами от 1 до 25. Какова вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет номер, являющийся двузначным числом?

Ответ: _____.

11. Дана функция $f(x) = x + \frac{3}{x}$. Установите соответствие между уравнениями и их решениями. В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(x+2) = f(x)$ Б) $f(x+1) = f(x+2)$

В) $f(x-5) = f(2-x)$ Г) $f(\sqrt{x}-5) = f\left(x - \frac{21}{2}\right)$

- 1) $\left\{ \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \right\}$ 2) $\left\{ \frac{12 + \sqrt{23}}{2}; 9; \frac{37 + 2\sqrt{70}}{2} \right\}$ 3) $\{-3; 1\}$ 4) $\left\{ \frac{7}{2} \right\}$

Ответ: _____.

12. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 60$ см, $n = 1200$? Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____.

13. Решением какого из нижеследующих неравенств является отрезок $[-5; 5]$.

- 1) $x^2 + 25 \leq 0$ 2) $x^2 - 25 \leq 0$ 3) $x^2 + 25 \geq 0$ 4) $x^2 - 25 \geq 0$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. Клиент взял в банке кредит 100 тыс. рублей на n целых месяцев с условием, что по окончании первого месяца выплатит банку $\frac{1}{n}$ часть кредита, а в каждый последующий месяц выплата будет на 5 тыс. рублей больше, чем в предыдущий. Известно, что в последний месяц выплата составила 55 тыс. руб. На сколько месяцев срок был выдан кредит, если известно, что этот срок превышал полгода?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. На отрезке AB отмечена точка O , отличная от точек A и B . Из точки O провели луч OD таким образом, что $\angle DOB = 64^\circ$. Найдите величину угла AOK , если OK — биссектриса угла AOD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

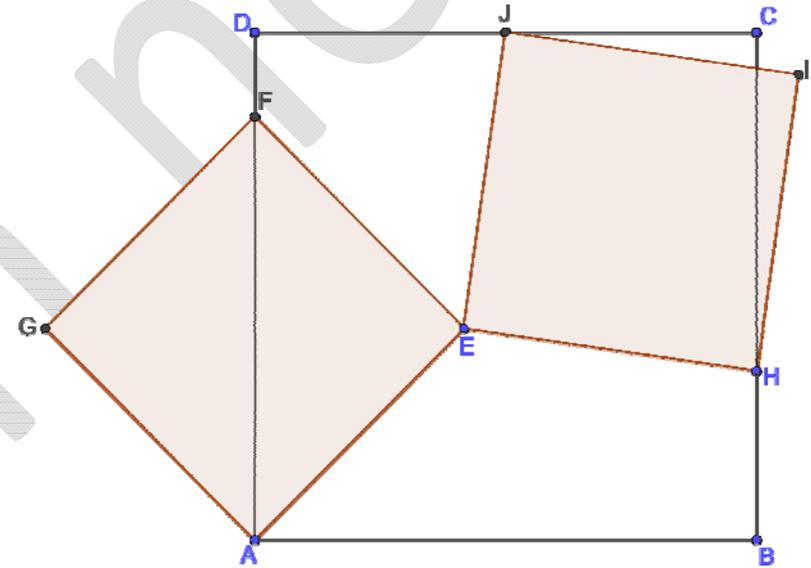
16. Дана окружность с центром в точке O . Две точки этой окружности соединены хордой $AB = 4$. Угол AOB , равен 60° . Найдите радиус окружности.

Ответ: _____.

17. Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 25.

Ответ: _____.

18. Дан квадрат $ABCD$. Построены два равных друг другу квадрата $AEFG$ и $HIFE$ таким образом, что точки H и J лежат на сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ соответственно. Найдите сумму длин отрезков DJ и BH , если известно, что $AG = 4\sqrt{2}$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Диагонали ромба равны.
- 2) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 3) В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Разложите на множители с целыми коэффициентами $a^8 - a^4 - 2a^2 - 1$.

21. Найдите целое число a , если из двух следующих утверждений верно только одно:

1) $a < 37$;

2) $a < 38$.

22. Постройте график функции $y = |x+1| - |x-1| - x$. Найдите все значения a , при каждом из которых прямая $y = ax$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

23. В трапеции $ABCD$ основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD . Угол ADC равен 60° , сторона AB равна 1. Найдите площадь трапеции.

24. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны. Оказалось, что углы ADB и BEC тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

25. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 9.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	35124	150	8	13,5	50	17,49	4	396	3	0,9	2211	4	3	9	10	10	30	10	1	-6;-2;0;4	5:1	2/3;1;2	1:2	-	120

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №332

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

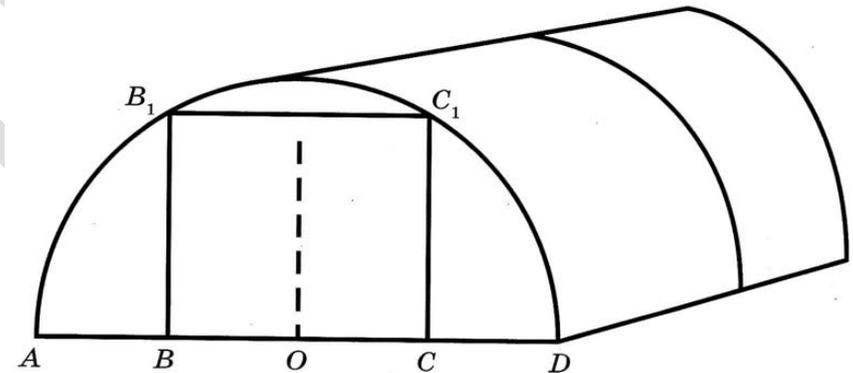
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Сергей Петрович решил построить на дачном участке теплицу длиной 4 м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Сергей Петрович заказал металлические дуги в форме окружностей длиной 5 м каждая и покрытие для обтяжки.

Отдельно требуется купить плёнку для передней и задней стенок теплицы. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником BCC_1B_1 , где точки B , O и C делят отрезок AD на четыре равные части (см. рис. выше).

Внутри теплицы Сергей Петрович планирует сделать три грядки по длине теплицы – одну центральную широкую грядку и две узкие грядки по краям. Между грядками будут дорожки шириной 40 см, для которых необходимо купить тротуарную плитку размером 20 см × 20 см.

1. Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см?

Ответ: _____.

2. Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек между грядками, если она продаётся в упаковках по 6 штук?

Ответ: _____.

3. Найдите ширину теплицы. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых.

Ответ: _____.

4. Найдите ширину центральной грядки, если она в два раза больше ширины узкой грядки. Ответ дайте в см с точностью до десятков.

Ответ: _____.

5. Найдите высоту входа в теплицу. Ответ дайте в см. Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[54]{6} \cdot \sqrt[27]{6}}{\sqrt[18]{6}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c, d, e – действительные положительные числа. Причём $abcde = 1$. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{33}{2(a+b+c+d+e)}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

- 1) 7 2) 8 3) $\frac{83}{10}$ 4) 9

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{(a^2 - b^2)(a^2 + \sqrt[3]{b^2} + a\sqrt[3]{b})}{a^3\sqrt{b} + a\sqrt{a} - b^3\sqrt{b} - \sqrt{ab^2}} : \frac{a^3 - b}{a^3\sqrt{b} - \sqrt[6]{a^3b^2} - \sqrt[3]{b^2} + a\sqrt{a}}$

при $a = 4,91$ и $b = 0,09$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} (x+y)^2 + 2x = 35 - 2y \\ (x-y)^2 - 2y = 3 - 2x \end{cases}.$$

В ответе запишите значение выражения $-2x_1 + 3y_1 - 7x_2 + 6y_2 + 2x_3 + 4y_3 - 8x_4 + 9y_4$, где

$(x_i; y_i)$ – решение этой системы, причём $x_i \leq x_{i+1}$ и $y_i < y_{i+1}$, если $x_i = x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Переплётчик должен переплести 12 одинаковых книг в красный, зелёный или синий переплёты. Сколькими способами он может это сделать?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана неконстантная функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x, y, z \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(x^2 + yf(z)) = xf(x) + zf(y).$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(7)$ Б) $f(-6)$ В) $f(-1)$

1) 7

2) -1

3) -6

Ответ: _____.

12. Среднее геометрическое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле $g = \sqrt[3]{abc}$.

Вычислите среднее геометрическое чисел 4, 8, 16.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$(x^2 - x - 2)^5 + (2x^2 + x - 5)^5 - 152 > 0.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $(-\infty; -\sqrt{3})$ 2) $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ 3) $(\sqrt{3}; +\infty)$ 4) $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$

Ответ: _____.

14. Мощности пяти различных электромоторов составляют возрастающую геометрическую прогрессию. Мощность самого слабого электромотора — 5 кВт, а третьего по мощности — 20 кВт. Найдите мощность самого мощного электромотора, ответ дайте в кВт.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. $ABCD$ — данный параллелограмм. Через точку пересечения его диагоналей проведена перпендикулярная к BC прямая, которая пересекает BC в точке E , а продолжение AB — в точке F . Найдите BE , если $AB = 4$, $BC = 8$ и $BF = 3$.

Ответ: _____.

16. Из конца A диаметра AC окружности опущен перпендикуляр AP на касательную, проведённую через лежащую на окружности точку B , отличную от A и C . Найдите градусную меру угла BAO , если $\angle PAO = 48^\circ$.

Ответ: _____.

17. В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD относятся как 1:4, а угол между ними равен 60° . Чему равен больший из отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырёхугольника $ABCD$, если меньший равен $2\sqrt{273}$?

Ответ: _____.

18. Катеты прямоугольного треугольника равны 5 и $\frac{90 + 75\sqrt{2}}{7}$. Найдите биссектрису, проведённую из вершины прямого угла.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.
- 2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
- 3) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из числа α):

$$x + \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 2}} = \sqrt{2}.$$

21. Бесконечная арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ состоит из различных натуральных чисел. Пусть $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$. Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{S_5^2}{S_1 \cdot S_{10}}$?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства:

$$(a - x^2)(a + 2x - 8) < 0$$

не содержит ни одного решения неравенства $x^2 \leq 4$.

Модуль «Геометрия»

23. Пусть K и M — середины сторон AB и CD выпуклого четырехугольника $ABCD$ соответственно. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{BC + AD}{KM}$.

24. Середины M и N диагоналей AC и BD выпуклого четырехугольника $ABCD$ не совпадают. Прямая MN пересекает стороны AB и CD в точках M_1 и N_1 соответственно. Докажите, что если $MM_1 = NN_1$, то AD и BC параллельны.

25. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD , BE и CF , пересекающиеся в точке H . В треугольники BDF и DCE вписаны окружности ω_B и ω_C соответственно. Окружность ω_B касается отрезка FD в точке M . Окружность ω_C касается отрезка DE в точке N . Прямая MN пересекает окружности ω_B и ω_C в точках $P \neq M$ и $Q \neq N$ соответственно. Найдите значение выражения $\frac{PM}{NQ}$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	8	14	3,2	120	137,8	1	3	5	13	91	132	8	4	80	2,4	24	42	6	1	см.ниже	200/81	$(-\infty; 0], [12; \infty)$	2	-	1

№20 $\left\{ \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} - \sqrt[4]{3} \right\}$