

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №331

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

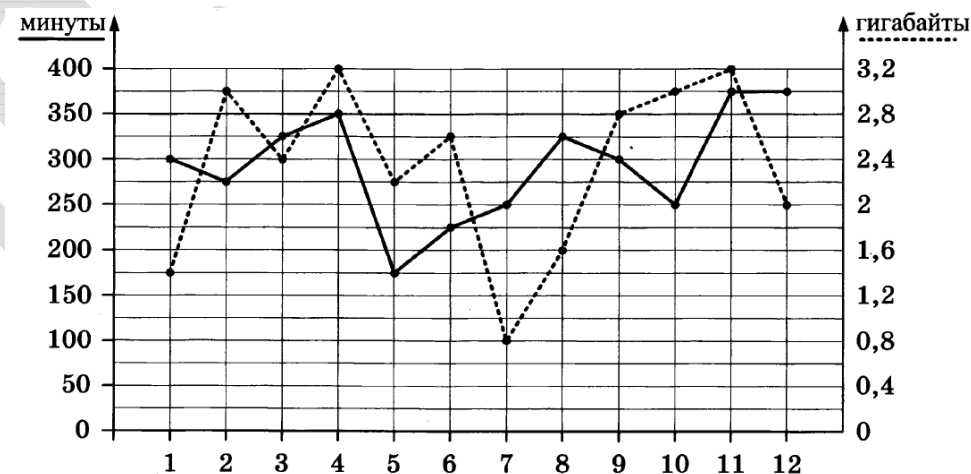
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На графике (см. выше) точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.

В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляет 400 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

— пакет минут, включающий 350 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;

- пакет интернета, включающий 2,8 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 150 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета указана в таблице (см. ниже)

Исходящие вызовы	3 руб./мин
Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,4 Гб	90 руб. за пакет
SMS	3 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегистрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 140 SMS.

- 1.** Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице количеству израсходованных минут. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Израсходованные минуты	175 мин	225 мин	275 мин	350 мин
Номера месяца				

Ответ: _____.

- 2.** Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в ноябре?

Ответ: _____.

- 3.** Сколько месяцев в 2018 году абонент превышал лимит по пакету мобильного интернета?

Ответ: _____.

- 4.** Сколько месяцев в 2018 году абонент превышал лимит либо по пакету минут, либо по пакету мобильного интернета?

Ответ: _____.

- 5.** В конце 2018 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф. Его условия приведены в таблице.

Стоимость перехода на тариф	0 руб.
Абонентская плата в месяц	350 руб.
В абонентскую плату ежемесячно включены:	
пакет исходящих минут	300 минут
пакет мобильного интернета	3 Гб
пакет SMS	140 SMS
После расходования пакетов:	
входящие вызовы	0 руб./мин
исходящие вызовы (на номера, зарегистрированные на территории РФ)	3 руб./мин
мобильный интернет: дополнительные пакеты по 1 Гб	200 руб./пакет
SMS	2 руб./шт.

Абонент решал, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2018 год, если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2018 год, то абонент принял бы решение сменить тариф. Если же получилось столько же или больше, то абонент оставил бы прежний тариф на 2019 год. Какова была ежемесячная абонентская плата (в рублях) абонента по тарифу в 2019 году?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $-0,7 \cdot (-10)^2 + 90$.

Ответ: _____.

7. Какое из данных ниже чисел принадлежит отрезку $[8; 9]$?

1) $\frac{46}{7}$

2) $\frac{53}{7}$

3) $\frac{55}{7}$

4) $\frac{61}{7}$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $30a - 5(a+3)^2$ при $a = \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $x^2 + 4x = 45$. В ответе запишите меньший корень.

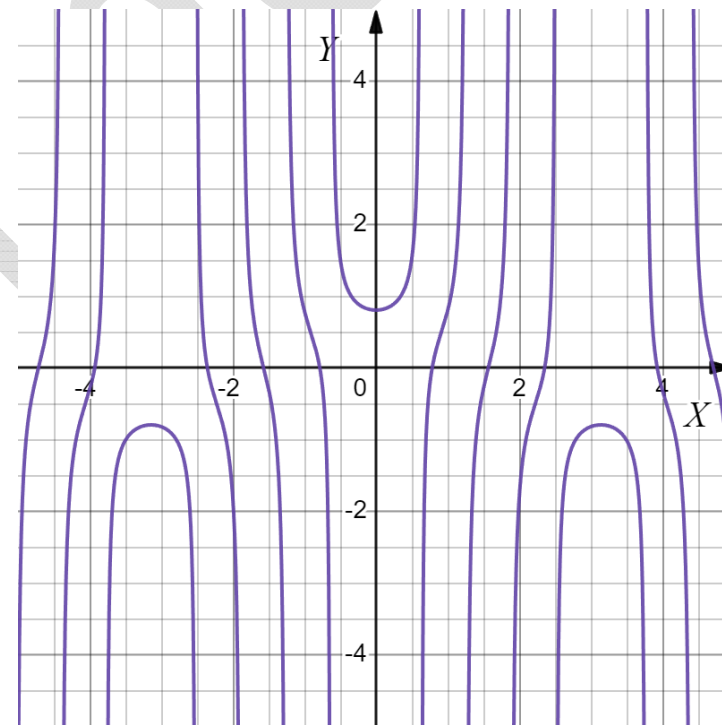
Ответ: _____.

10. В среднем из каждых 70 поступивших в продажу аккумуляторов 61 аккумулятор заряжен. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен. Результат округлите до тысячных.

Ответ: _____.

11. Ниже представлен график некоторой функции, определённой в каждой действительной точке отрезка $[-5; 5]$ и не определённой вне этого отрезка.

Установите соответствие между утверждениями для этой функции и их верностью. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



Утверждения	Верность
А) Функция непрерывна на отрезке $[-5; 5]$	1) верно
Б) $f(-1) > f(4)$	2) неверно
В) На отрезке $4 \leq x \leq 4,2$ функция возрастает	
Г) Функция имеет ровно 10 нулей функции	

Ответ: _____.

12. Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле

$$R = \frac{a}{2 \sin \alpha}, \text{ где } a \text{ — сторона треугольника, } \alpha \text{ — противолежащий этой стороне}$$

угол, а R — радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите $\sin \alpha$, если $a = 0,6$, а $R = 0,75$.

Ответ: _____.

13. Решите неравенство $8x - 3(x + 9) < -9$.

1) $(-\infty; -7,2)$

2) $(3,6; +\infty)$

3) $(-\infty; 3,6)$

4) $(-7,2; +\infty)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. Рихарду необходимо разобрать 315 квадратных уравнений. Ежедневно он разбирает на одно и то же количество уравнений больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Рихард разобрал 11 квадратных уравнений, а справился со всеми он за 9 дней. Сколько уравнений Рихард разберёт в последний день?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Радиус окружности с центром в точке O равен 50, длина хорды AB равна 96. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k . В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

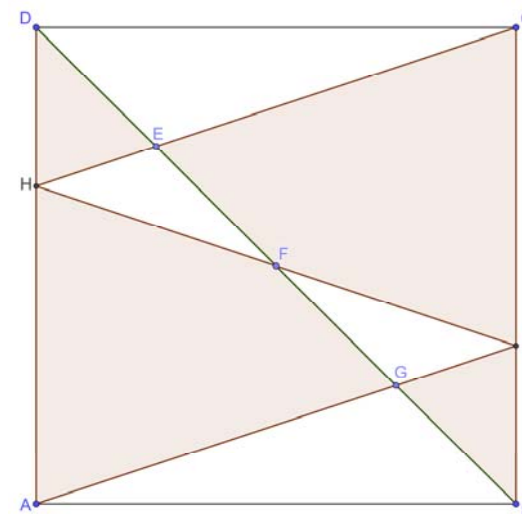
16. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $28\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.

Ответ: _____.

17. Найдите площадь десятиугольника $A_1A_2...A_{10}$, если известно, что $\overline{A_1A_2} = (0, 1)$, $\overline{A_1A_3} = (-2, 1)$, $\overline{A_1A_4} = (-2, -1)$, $\overline{A_1A_5} = (-1, -1)$, $\overline{A_1A_6} = (-1, -3)$, $\overline{A_1A_7} = (2, -3)$, $\overline{A_1A_8} = (2, -4)$, $\overline{A_1A_9} = (3, -4)$, $\overline{A_1A_{10}} = (3, 0)$.

Ответ: _____.

18. Дан квадрат $ABCD$. На его диагонали DB отмечены точки E, F, G таким образом, что $DE = EF = FG = GB$ (см. рис.). Пусть H — точка пересечения прямых AD и CE , а I — точка пересечения прямых HF и BC . Найдите сумму площадей треугольников ABG, FGI, HFE и DEC , если известно, что $AC = 12\sqrt{2}$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны соответственно 6 и 10, то второй катет этого треугольника равен 8.
- 2) Любые два равнобедренных треугольника подобны.
- 3) Любые два прямоугольных треугольника подобны.
- 4) Треугольник ABC , у которого $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 5$, является тупоугольным.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Разложите на множители с целыми коэффициентами $a^4 - a^2 - 2a - 1$.

21. На изготовление 231 детали ученик тратит на 11 часов больше, чем мастер на изготовление 462 таких же деталей. Известно, что ученик за час делает на 4 детали меньше, чем мастер. Сколько деталей в час делает ученик?

22. При каких значениях p вершины парабол $y = x^2 + 4px - 1$ и $y = -x^2 + 6px - p$ расположены по разные стороны от оси x ?

Модуль «Геометрия»

23. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 10$, $DC = 25$, $AC = 56$.

24. Дан правильный восьмиугольник. Докажите, что если его вершины последовательно соединить отрезками через одну, то получится квадрат.

25. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника ABC к площади четырёхугольника $KPCM$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	5624	565	4	5	400	20	4	-60	-9	0,129	2121	0,4	3	59	2304	28	16	48	1	$(a^2 - a - 1)(a^2 + a + 1)$	3	$(-\infty; 0), (1/9; \infty)$	40	-	2,4

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №331

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

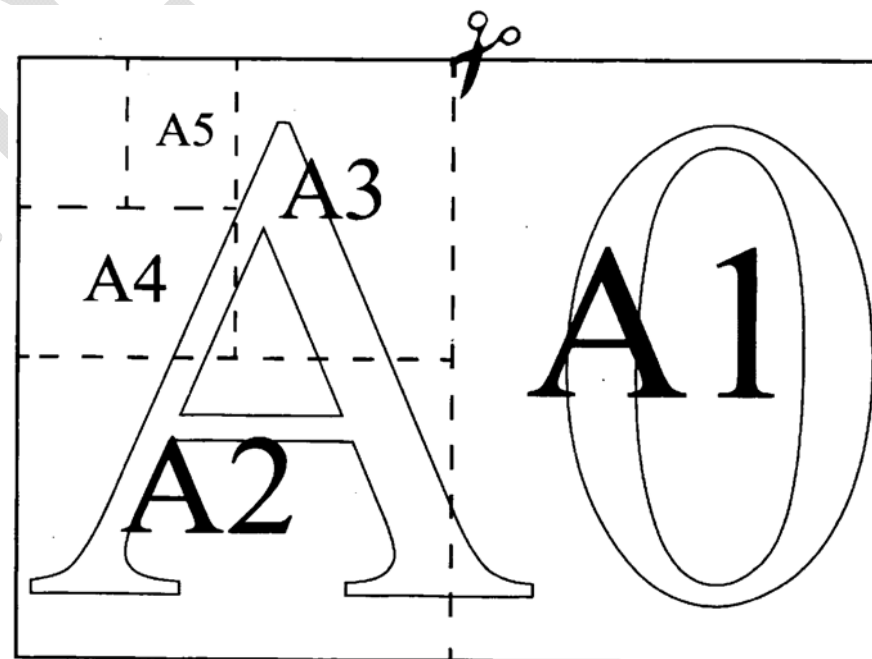
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.

Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

- 1.** В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А1, А3, А4 и А6.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	149	105
2	420	297
3	297	210
4	841	595

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Формат	А1	А3	А4	А6
Номер				

Ответ: _____.

- 2.** Сколько листов формата А6 получится из одного листа формата А1?

Ответ: _____.

- 3.** Найдите площадь (в см²) листа бумаги формата А6.

Ответ: _____.

- 4.** Найдите отношение длины большей стороны листа формата А5 к меньшей. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5.** Бумагу формата А6 упаковали в пачки по 320 листов. Найдите массу (в граммах) пачки, если масса бумаги площади 1 м² равна 108 г.

Ответ: _____.

- 6.** Найдите значение выражения $\frac{1,56 \cdot 47,1}{15,6 \cdot 0,471}$.

Ответ: _____.

- 7.** Пусть a, b, c, d – действительные положительные числа. Причём $a + b + c + d = 4$. Найдите наибольшее значение выражения:

$$abcd \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 4

2) 5

3) 6

4) 7

Ответ: _____.

- 8.** Найдите значение выражения $\frac{2(a^4 + 4a^2 - 12) + a^4 + 11a^2 + 30}{a^2 + 6}$ при $a = \frac{5}{\sqrt{3}}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$(2x+3)^5 - (2x-3)^5 = 242 \cdot 243.$$

В ответе запишите значение выражения $-7x_1 + 9x_2$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Сколько существует натуральных чисел n , меньших 10 000, для которых $2^n - n^2$ делится на 7?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in (-\infty; +\infty)$ и $y \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(x+y+f(x)) = 6x+2y.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-6)$

Б) $f(-8)$

В) $f(10)$

1) -16

2) -12

3) 20

Ответ: _____.

12. Найдите m из равенства $F = ma$, если $F = 84$ и $a = 12$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\frac{(x^3+x-1)^2}{3x(x-1)} \leq x^3+x^2+1.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\} \cup (0; 1) \cup \left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$ 2) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

3) $\left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right\} \cup (0; 1) \cup \left\{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$ 4) $\left\{\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$

Ответ: _____.

14. Улитка ползет вверх по дереву, начиная от его основания. За первую минуту она проползла 30 см, а за каждую следующую минуту — на 5 см больше, чем за предыдущую. За сколько минут улитка достигнет вершины дерева высотой 5,25 м?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = 420$. На стороне BC взята точка E так, что $BE : EC = 5 : 7$, и проведена прямая DE , пересекающая продолжение AB в точке F . Найдите BF .

Ответ: _____.

16. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Известно, что $\angle AO_1B = 90^\circ$, $\angle AO_2B = 60^\circ$, $O_1O_2 = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$. Найдите радиусы окружностей. В ответе запишите сумму всех четырёх найденных значений.

Ответ: _____.

17. В трапеции $ABCD$ длина большего основания AD равна $\sqrt{5+2}$, BC перпендикулярно CD , $AB = BC$, диагональ BD перпендикулярна AB . Найдите длину стороны CD .

Ответ: _____.

18. Дан треугольник ABC , в котором $BC = 4$, $AC = 9$, $\angle ACB = 2 \arccos \frac{13}{36}$. Найдите длину биссектрисы CL .

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
- 2) Основания равнобедренной трапеции равны.
- 3) Все высоты равностороннего треугольника равны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\lfloor \alpha \rfloor$ – функция «пол», то есть наибольшее целое число, меньшее или равное числу α):

$$\frac{x}{x+4} = \frac{5\lfloor x \rfloor - 7}{7\lfloor x \rfloor - 5}.$$

21. Бесконечная арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ состоит из различных натуральных чисел.

Для какого наибольшего натурального числа n могло оказаться так, что среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ больше кратных 100, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?

22. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых неравенство

$$\frac{a+2x}{ax-4} \geq \frac{5}{x}$$

выполняется для всех x из открытого числового луча $x > 10$.

Модуль «Геометрия»

23. Продолжения сторон AD и BC выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O ; P и Q — середины диагоналей AC и BD . Найдите отношение площади четырёхугольника $ABCD$ к площади треугольника OPQ .

24. Два различных параллелограмма $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ с соответственно параллельными сторонами вписаны в четырехугольник $PQRS$ (точки A и A_1 лежат на стороне PQ , B и B_1 — на стороне QR и т. д.). Докажите, что диагонали четырехугольника $PQRS$ параллельны сторонам параллелограммов $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$.

25. Площадь треугольника, вершины которого лежат на сторонах параллелограмма, равна S_1 . Площадь параллелограмма равна S . Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{S}{S_1}$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	4231	32	156,25	1,41	540	10	1	26	48	2857	213	7	1	10	300	6	1	2	3	2;46/7;7	24	[2/5;11/2]	4	-	2