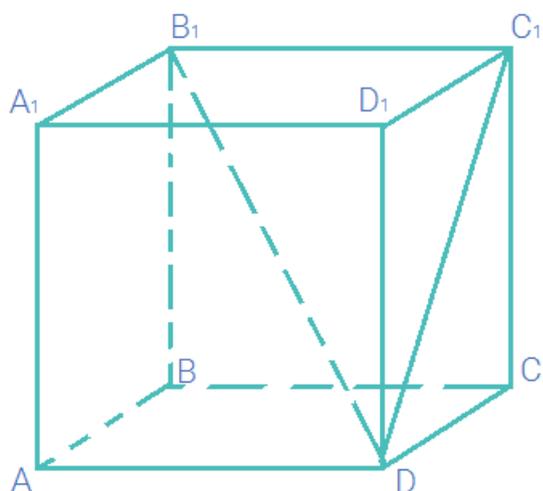


Стереометрия

Куб



Свойства

1. В кубе 6 граней и все они являются квадратами.
2. Противоположные грани попарно параллельны.
3. Все двугранные углы куба – прямые.
4. Диагонали равны.
5. Куб имеет 4 диагонали, которые пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.
6. Диагональ куба в $\sqrt{3}$ раз больше его ребра $B_1D = AB\sqrt{3}$
7. Диагональ грани куба в $\sqrt{2}$ раза больше длины ребра.

Пусть a – длина ребра куба, d – диагональ куба

$$\text{Объем куба: } V = a^3 = \frac{d^3}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{Площадь полной поверхности: } S = 6a^2 = 6d^2$$

$$\text{Радиус сферы, описанной около куба: } R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Радиус сферы, вписанной в куб: } r = \frac{a}{2}$$

При увеличении всех линейных размеров куба в k раз, его объем увеличится в k^3 раз.

При увеличении всех линейных размеров куба в k раз, площадь его поверхности увеличится в k^2 раз.

Свойства прямоугольного параллелепипеда

1. В прямоугольном параллелепипеде 6 граней и все они являются прямоугольниками.
2. Противоположные грани попарно равны и параллельны.
3. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.
4. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.
5. Прямоугольный параллелепипед имеет 4 диагонали, которые пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.
6. Любая грань прямоугольного параллелепипеда может быть принята за основание.
7. Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.
8. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений (длины, ширины, высоты).

Формулы вычисления объема и площади поверхности прямоугольного параллелепипеда.

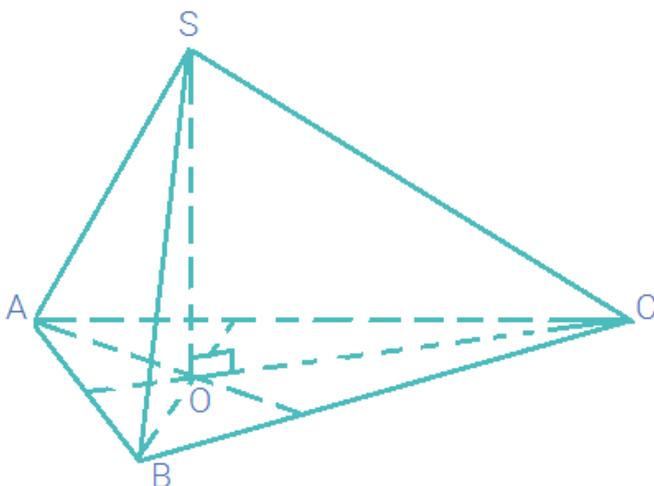
Диагональ параллелограмма $B_1D^2 = AD^2 + DC^2 + C_1C^2$

Объем: $V=a \cdot b \cdot c$. a -длина; b -ширина; c -высота

Площадь полной поверхности:

$S_{п.п.} = 2(ab+bc+ac)$.

Пирамида

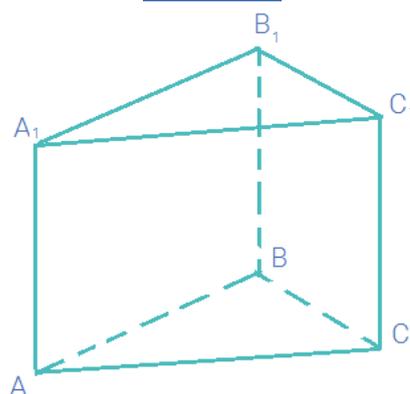


$$S_{\text{бок}} = \frac{P_{\text{осн}} h_a}{2}$$

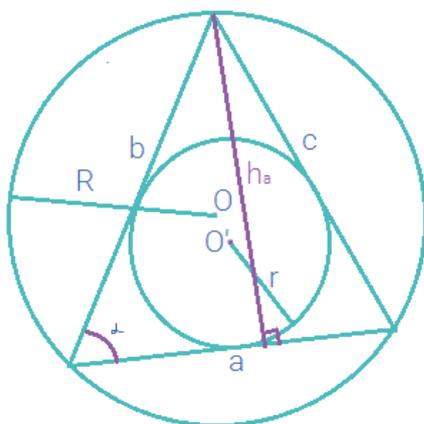
$$S_{\text{п.п.}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$

Призма



Если в основании призмы лежит треугольник, то



$S = p \cdot r$, где r - радиус вписанной окружности

$S = \frac{abc}{4R}$, где R - радиус описанной окружности

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos A$, теорема косинусов

$S = \frac{1}{2} a \cdot h$

$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$

$S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$

В основании лежит четырехугольник

1. Прямоугольник

$$S = a \cdot b$$

$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \alpha, \alpha - \text{угол между диагоналями}$$

2. Ромб

$$S = a \cdot h$$

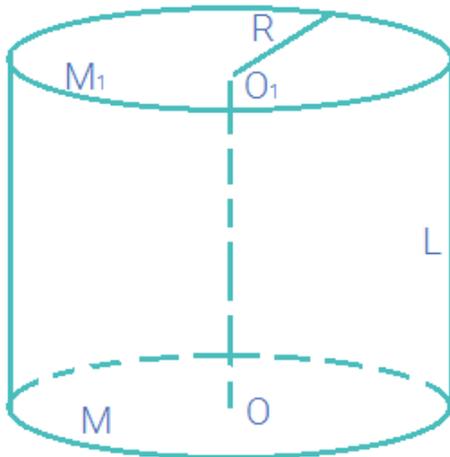
$S = 2 \cdot a \cdot r$, где r - радиус вписанной окружности

$$S = a^2 \cdot \sin A$$

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Объемы различных многогранников:

- Призма $V = S_{\text{осн}}h$
- Пирамида $V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}h$
- Параллелепипед $V = abc$
- Куб $V = a^3$



Цилиндр

Основные свойства цилиндра

1. Основания цилиндра равны и лежат в параллельных плоскостях.
2. Все образующие цилиндра параллельны и равны.
3. Радиусом цилиндра называется радиус его основания (R).
4. Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований (в прямом цилиндре высота равна образующей).
5. Ось цилиндра называется отрезок, соединяющий центры оснований (OO_1).
6. Если радиус или диаметр цилиндра увеличить в n раз, то объем цилиндра увеличится в n^2 раз.
7. Если высоту цилиндра увеличить в t раз, то объем цилиндра увеличится в то же количество раз.
8. Если призму вписать в цилиндр, то ее основаниями будут являться равные многоугольники, вписанные в основание цилиндра, а боковые ребра - образующими цилиндра.
9. Если цилиндр вписан в призму, то ее основания - равные многоугольники, описанные около оснований цилиндра. Плоскости граней призмы касаются боковой поверхности цилиндра.
10. Если в цилиндр вписана сфера, то радиус сферы равен радиусу цилиндра и равен половине высоты цилиндра.

$$R_{\text{сферы}} = R_{\text{цилиндра}} = \frac{h}{2}$$

11. Площадь поверхности и объем цилиндра.

12. Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности основания на высоту.

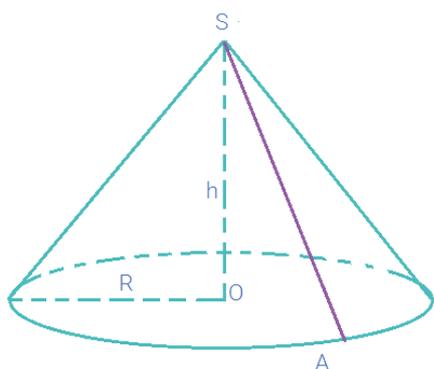
$$S_{\text{бок.пов.}} = 2\pi R \cdot h$$

13. Площадь поверхности цилиндра равна сумме двух площадей оснований и площади боковой поверхности.

$$S_{\text{полной.пов.}} = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot h = 2\pi R(R+h)$$

14. Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

$$V = \pi R^2 \cdot h$$



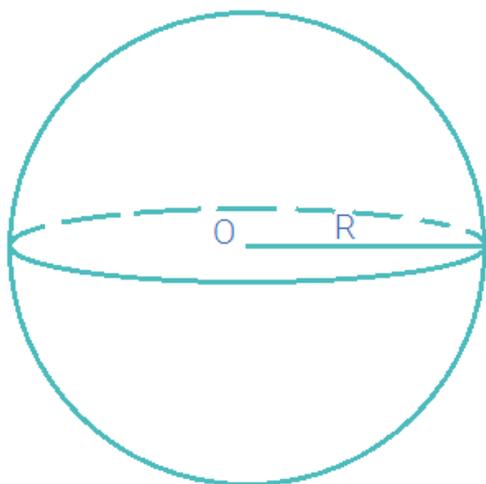
Конус

Свойства конуса

1. Все образующие конуса равны.
2. Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, основание которого равно двум радиусам, а боковые стороны равны образующим конуса.
3. Если боковая поверхность конуса – полукруг, то осевым сечением является равносторонний треугольник, угол при вершине равен 60° .
4. Если радиус или диаметр конуса увеличить в n раз, то его объем увеличится в n^2 раз.
5. Если высоту конуса увеличить в m раз, то объем конуса увеличится в то же количество раз.
6. Площадь поверхности и объем конуса.
7. Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую.
8. $S_{\text{бок.пов.}} = \pi R \cdot l$
9. Площадь поверхности конуса равна сумме площади основания и площади боковой поверхности.
10. $S_{\text{полной.пов.}} = \pi R^2 + \pi R \cdot l = \pi R(R+l)$
11. Объем конуса равен трети произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

Сфера



1. Тело, ограниченное сферой, называется шаром.

2. Осевое сечение шара это круг, радиус которого равен радиусу шара. Осевым сечением является самый большой круг шара.

3. Площадь поверхности сферы: $S_{п.п.} = 4\pi R^2$

4. Объем шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$