

Часть 1**Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ****Тренировочный вариант №337****Уровень 1****Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

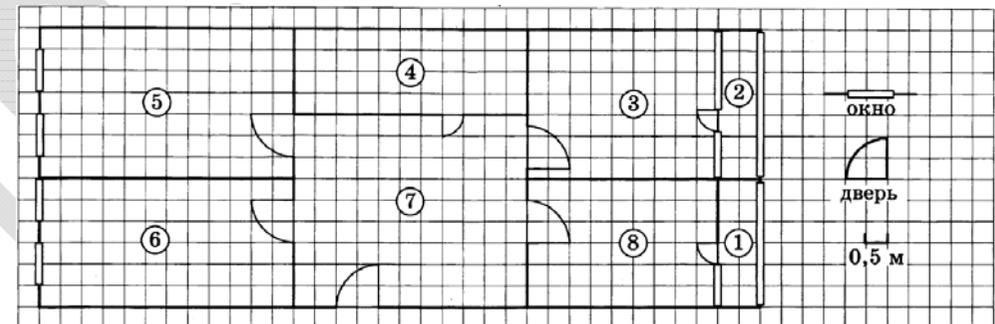
При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5**

На рисунке (см. выше) изображён план трёхкомнатной квартиры в многоэтажном доме. Сторона каждой клетки на плане равна 0,5 м. Вход в квартиру находится в прихожей. Напротив входа располагается санузел. Справа от входа – гостиная и спальня, а слева – кухня и детская. В квартире есть две застеклённые лоджии. Площадь кухни равна 18 м^2 . Вход в детскую расположен напротив входа в гостиную.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность пяти цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	санузел	гостиная	детская	спальня	кухня
Цифры					

Ответ: _____.

2. Найдите длину (в метрах) остекления лоджии в спальне.

Ответ: _____.

3. Плитка для пола размером 50 см × 25 см продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки понадобится, чтобы выложить пол в прихожей.

Ответ: _____.

4. Найдите площадь (в м²), которую занимает детская.

Ответ: _____.

5. На сколько процентов площадь спальни (без лоджии) меньше площади кухни?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $10 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 12 \cdot \frac{1}{5}$.

Ответ: _____.

7. Известно, что $2,6 < a < 2,8$. Какому из нижеперечисленных чисел равно число a ?

1) $\sqrt{3}$

2) $\sqrt{7}$

3) $\sqrt{8}$

3) $\sqrt{12}$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $3\sqrt{15} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{45}$.

Ответ: _____.

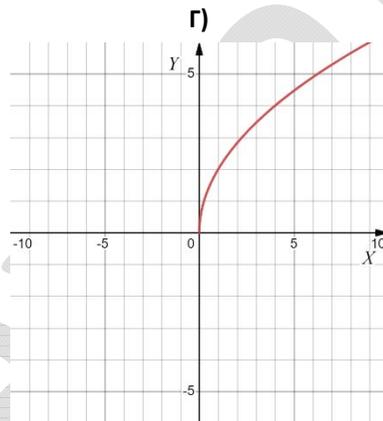
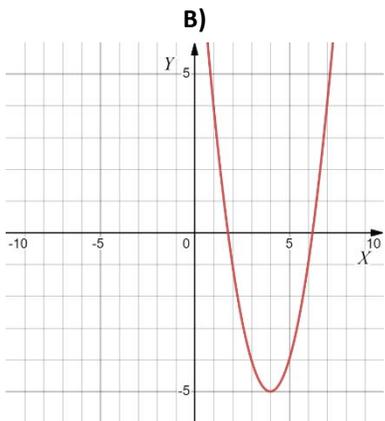
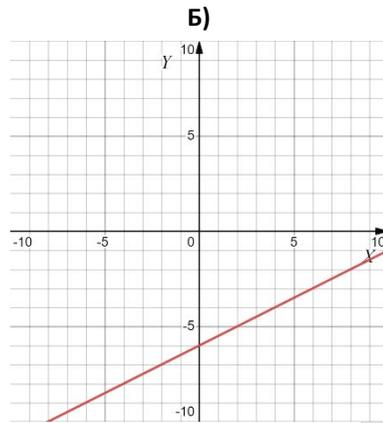
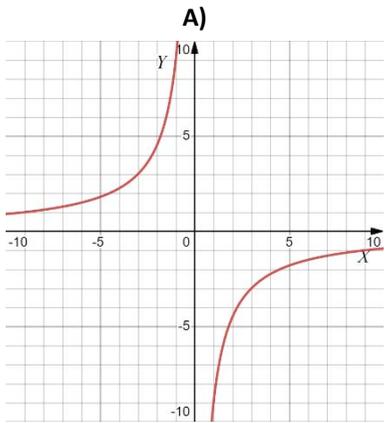
9. Решите уравнение $x^2 = 4x + 32$. В ответе запишите значение выражения $-3x_1 + 3x_2$, где x_i – корень уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. В группе из 20 российских туристов несколько человек владеют иностранными языками. Из них пятеро говорят только по-английски, трое только по-французски, двое по-французски и по-английски. Какова вероятность того, что случайно выбранный турист говорит по-французски?

Ответ: _____.

11. Даны четыре графика различных функций $y = f(x)$. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



1) $y = \frac{1}{2}x - 6$

2) $y = x^2 - 8x + 11$

3) $y = -\frac{9}{x}$

4) $y = 2\sqrt{x}$

Ответ: _____.

12. Из формулы центростремительного ускорения $a_n = \omega^2 R$ найдите R (в метрах), если $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ и $a_n = 64 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

13. Решите неравенство $-x^2 + x \geq 0$.

1) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

2) $[0, 1]$

3) $(-\infty, 1)$

4) $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. В амфитеатре 12 рядов. В первом ряду 20 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

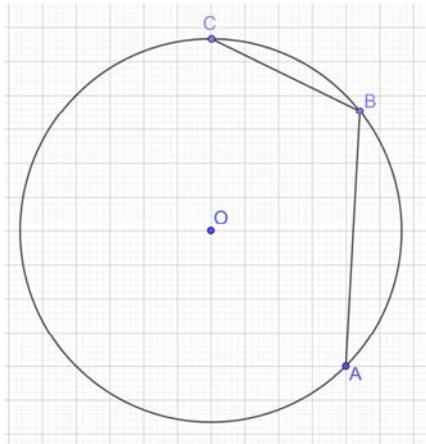
15. Сторона ромба $ABCD$ равна 54, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту ромба $ABCD$.

Ответ: _____.

16. В окружность вписан равносторонний восьмиугольник $ABCDEFGH$. Найдите градусную меру угла ACE .

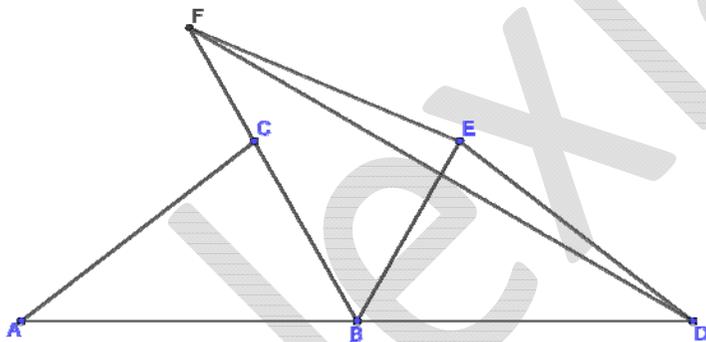
Ответ: _____.

17. Дана окружность с центром в точке O . На этой окружности отмечены точки A , B и C так, как показано на рисунке. Найдите градусную меру угла ABC .



Ответ: _____.

18. Даны три равных друг другу треугольника ABC , DBE и FBE . Точки A , B и D лежат на одной прямой. Точки B , C и F тоже лежат на одной прямой (см. рис.). Найдите градусную меру угла FDB .



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Площадь трапеции равна половине высоты, умноженной на разность оснований.
- 2) Через любые две точки можно провести прямую.
- 3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести единственную прямую, перпендикулярную данной прямой.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x+5}{y-3} = 0 \\ 2y^2 + x^2 - y = 40 \end{cases}.$$

21. Кролик утверждает, что вчера Винни-Пух съел не менее 9 баночек мёда, Пятачок — что не менее 8 баночек, ослик Иа — что не менее 7. Сколько баночек мёда съел вчера Винни-Пух, если из трёх этих утверждений истинны ровно два утверждения?

22. Постройте график функции $y = \frac{3,5|x|-1}{|x|-3,5x^2}$. Определите, при каких значениях a прямая $y = ax$ не имеет с графиком этой функции общих точек.

Модуль «Геометрия»

23. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 18$, $DC = 54$, $AC = 48$.

24. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

25. Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 4,5 и 2,5 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 7,5. Найдите градусную меру угла $O_1O_2O_3$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	43586	3	20	21	25	-2	2	270	36	0,25	3124	4	2	372	27	90	112,5	30	23	(-5;-2,5)	8	-49/4;0;49/4	36	-	120

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №337

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



рис. 1

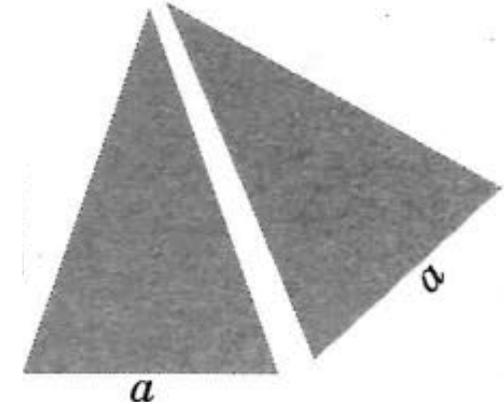


рис. 2

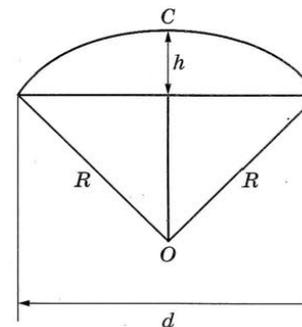


рис. 3



рис. 4

Два друга Петя и Вася задумались о том, как рассчитать площадь поверхности зонта. На первый взгляд зонт кажется круглым, а его купол напоминает часть сферы (сферический сегмент). Но если присмотреться, то видно, что купол зонта состоит из десяти отдельных клиньев, натянутых на каркас из десяти спиц (см. выше рис. 1). Сферическая форма в раскрытом состоянии достигается за счёт гибкости спиц и эластичности ткани, из которой изготовлен зонт.

Петя и Вася сумели измерить расстояние между концами соседних спиц a (см. выше рис. 2). Оно оказалось равно 36 см. Высота купола зонта h (см. выше рис. 3) оказалась равна 20 см, а расстояние d между концами спиц, образующих дугу окружности, проходящей через вершину зонта, – 116 см.

1. Длина зонта в сложенном виде равна 27 см и складывается из длины ручки (см. выше рис. 4) и трети длины спицы (зонт в три сложения). Найдите длину спицы (в см), если длина ручки зонта равна 6,5 см.

Ответ: _____.

2. Поскольку зонт шит из треугольников, рассуждал Петя, площадь его поверхности можно найти как сумму площадей треугольников. Вычислите площадь поверхности (в см^2) зонта методом Пети, если высота каждого равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, равна 58,8 см. Ответ округлите до десятков.

Ответ: _____.

3. Вася предположил, что купол зонта имеет форму сферического сегмента. Вычислите радиус R сферы купола (в см), зная, что $OC = R$ (см. выше рис. 3).

Ответ: _____.

4. Вася нашёл площадь купола зонта как площадь поверхности сферического сегмента по формуле $S = 2\pi Rh$, где R – радиус сферы, а h – высота сегмента. Рассчитайте площадь поверхности купола зонта (в см^2) методом Васи. Ответ округлите до целого числа.

Ответ: _____.

5. Рулон ткани имеет длину 25 м и ширину 80 см. На фабрике из этого рулона были вырезаны треугольные клинья для 16 зонтов, таких же, как зонт, который был у Пети и Васи. Каждый треугольник с учётом пропуска на швы имеет площадь $1\,100\text{ см}^2$. Оставшаяся ткань пошла на обрезки. Сколько процентов ткани рулона пошло на обрезки?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $2,5^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{\frac{4}{5}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $a+b+c=3$. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\frac{4a-1}{(2b+1)^2} + \frac{4b-1}{(2c+1)^2} + \frac{4c-1}{(2a+1)^2}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{1}{2}$

2) 1

3) $\frac{3}{2}$

4) 2

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{4}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} : \frac{1}{a + \frac{1}{b}} - \frac{4}{b(abc + a + c)} \right)^{-\frac{1}{2}}$, если $a = \pi\sqrt{3}$,

$$b = \sqrt{7}, c = 1,234.$$

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$20 \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^2 - 5 \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2 + 48 \cdot \frac{x^2-4}{x^2-1} = 0.$$

В ответе запишите значение выражения $-3x_2 - 2x_1$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Какое наибольшее число белых и чёрных фишек (в сумме) можно расставить на шахматной доске так, чтобы на каждой горизонтали и на каждой вертикали белых фишек было ровно в два раза больше, чем чёрных?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ задана функция $f(x)$.

Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in [0; 1) \cup (1; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f\left(\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}\right) = x - 1.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(15)$

Б) $f(11)$

В) $f(20)$

1) $\frac{80}{361}$

2) $\frac{15}{49}$

3) $\frac{11}{25}$

Ответ: _____.

12. Площадь четырехугольника S можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$,

где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырехугольника, а φ — угол между диагоналями.

Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , если $d_1 = 4$, $d_2 = 3$, $\varphi = \arcsin \frac{5}{6}$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$x^5 + 10x^3 + 20x - 6 \leq 0.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\left[\sqrt[5]{3+\sqrt{41}} + \sqrt[5]{3-\sqrt{41}}; +\infty \right)$ 2) $(-\infty; +\infty)$

3) $(-\infty; \sqrt[5]{3+\sqrt{41}} + \sqrt[5]{3-\sqrt{41}}]$ 4) $(-1; 1)$

Ответ: _____.

14. Шары одинакового радиуса расположили один раз в форме правильного треугольника, а другой — в форме прямоугольника. Найдите количество шаров, если известно, что и на стороне треугольника, и на большей стороне прямоугольника располагается на два шара больше, чем на меньшей стороне прямоугольника.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Основание H высоты CH прямоугольного треугольника ABC соединили с серединами M и N катетов AC и BC . Найдите периметр четырёхугольника $CMHN$, если известно, что $AB = 13$, а площадь треугольника ABC равна 30.

Ответ: _____.

16. Дан треугольник ABC . Окружность, построенная на стороне BC как на диаметре, проходит через середину стороны AC . Найдите значение выражения $\frac{AB}{BC}$.

Ответ: _____.

17. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Причём $AC = BD$. Точки E, F, G, H — середины отрезков AB, BC, CD, AD соответственно. Найдите значение выражения

$$\frac{S_{ABCD}}{EG \cdot FH}, \text{ где } S_{ABCD} \text{ — площадь четырёхугольника } ABCD.$$

Ответ: _____.

18. Точки K, L, M и N лежат на сторонах AB, BC, CD и DA параллелограмма $ABCD$ соответственно, причём отрезки KM и LN параллельны сторонам параллелограмма. Эти отрезки пересекаются в точке O . Причём точка O лежит на диагонали AC . Найдите значение выражения $\frac{S_{KBLO}}{S_{MDNO}}$, где S_{Φ} — площадь четырёхугольника Φ .

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 3) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\sqrt{4x^4 - 2x^2 + 1} + \sqrt{4x^2 - 2x + 1} = 2x\sqrt{x^2 + x + 1}.$$

21 Про десять различных трёхзначных натуральных чисел известно, что наибольший общий делитель любых двух из них равен 1 или 47. Какое наибольшее количество из этих десяти чисел может делиться на 47?

22. Найдите все действительные значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$(a^2 - 6a + 9)(2 + 2\sin x - \cos^2 x) + (12a - 18 - 2a^2)(1 + \sin x) + a + 3 = 0$$

не имеет действительных решений.

Модуль «Геометрия»

23. Пусть M и N — середины сторон CD и DE правильного шестиугольника $ABCDEF$ соответственно, P — точка пересечения отрезков AM и BN . Найдите площадь четырёхугольника $MDNP$, если известно, что $AB = \frac{13}{\sqrt[4]{27}}$.

24. Из точки A проведены касательные AB и AC к окружности. Через середину D меньшей дуги BC проведена касательная прямая, пересекающая отрезки AB и AC в точках M и N . Докажите, что $S_{BCD} < 2S_{MAN}$, где S_{Φ} — площадь треугольника Φ .

25. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором $AB \neq AD$. В треугольники ABD и BCD вписаны окружности ω_1 и ω_2 соответственно. Причём радиус окружности ω_1 больше радиуса окружности ω_2 . Внеписанная окружность ω_3 четырёхугольника $ABCD$ радиусом 4 и центром в точке O касается лучей AB , AD , BC и DC . Общие внешние касательные прямые к окружностям ω_1 и ω_2 пересекаются в точке M . Найдите длину отрезка OM .

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	61,5	10580	94,1	11825	12	10	2	0,5	-8	48	231	5	3	15	17	1	1	1	23	1	8	$(-\infty; -3), (1; 6)$	13	-	4