ФИО ученика____
ФИО учителя____
Город/район____
Школа____

Таблица полученных ответов

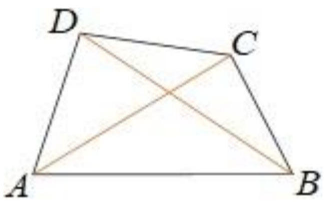
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

ВАРИАНТ 3

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь.

1. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.



2. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка K — середина ребра AA_1, точка L — середина ребра A_1D_1, точка M — середина ребра A_1B_1. Найдите угол MLK. Ответ дайте в градусах.

3. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

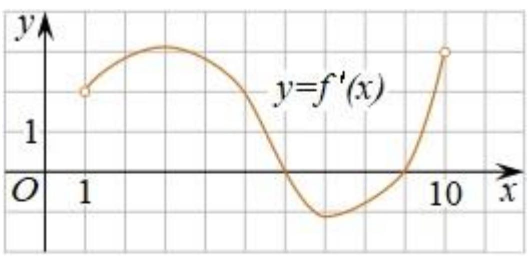
Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

4. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

5. Решите уравнение $(x-1)^3+(x+1)^3=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

6. Найдите значение выражения $\left(49^6\right)^3:\left(7^7\right)^5$.

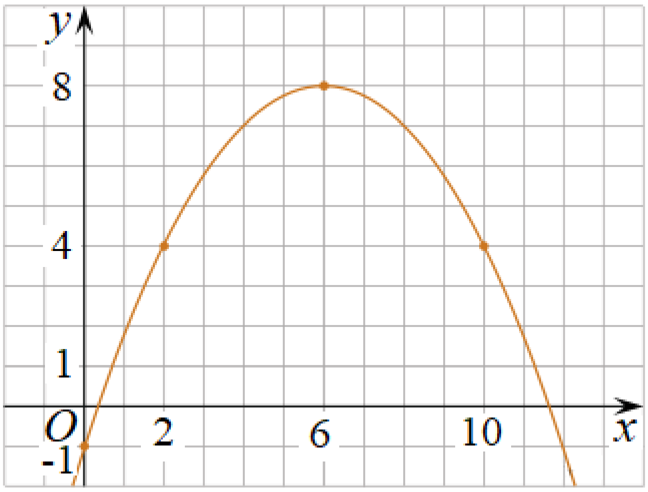
7. На рисунке изображён график функции $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$ определённой на интервале $(1;10)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



8. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=1{,}6+8t-5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трёх метров?

9. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 8 километров. Определите, сколько километров прошел турист за четвертый день, если весь путь он прошел за 10 дней, а расстояние между городами составляет 215 километров.

10. На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\dfrac{x^2}{a}+bx+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите значение $f(3{,}5)$.



11. Найдите наибольшее значение функции $y=(x-2)^2(x-4)+5$ на отрезке $[1;3]$.

Часть 2

Для заданий 12-18 запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение: $\sqrt{2}\sin^3 x-\sqrt{2}\sin x+\cos^2 x=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

13. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 8 на ребре AA_1 взята точка K такая, что $A_1K=1$. Через точки K и B_1 проведена плоскость α, параллельная прямой AC_1.

а) Докажите, что $A_1P : PD_1 = 1 : 6$, где P — точка пересечения плоскости α и ребра A_1D_1.

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ADD_1.

14. Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-5x+6}}{x^2-3x-4}\le 0$.

ФИО ученика________________________________

15. Эпицентр циклона, движущийся прямолинейно, во время первого измерения находился в 24 км к северу и 5 км к западу от метеостанции, а во время второго измерения находился в 20 км к северу и 3,5 км к западу от метеостанции. Определите наименьшее расстояние, на которое эпицентр циклона приблизится к метеостанции.

16. В равнобедренной трапеции $ABCD$ угол BCD — тупой. Через точку B проведена прямая, параллельная прямой CD и пересекающая прямую AD в точке E. На продолжении BE за точку E отмечена точка F такая, что $DE = DF$.

а) Докажите, что точки A, F, C и D лежат на одной окружности.

б) Найдите расстояние от точки C до прямой AF, если $BD = 10$ и $\cos\angle ADC = 0,6$.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$a|x+8|+(2-a)|x-8|+6=0$$

имеет ровно два различных решения.

18. В течение n дней ежедневно на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 5. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество — меньше, чем в предыдущий день.

а) Может ли n быть больше 4?

б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 2, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 3?

в) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 5. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел за все дни?

ФИО ученика______________________________