

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 407

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

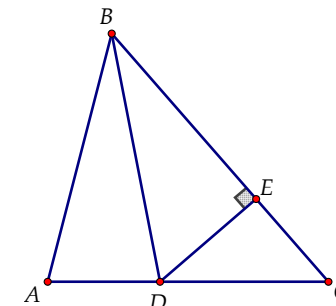
Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Площадь треугольника ABC равна 30. На стороне AC взята точка D так, что $AD : DC = 2 : 3$. Длина перпендикуляра DE, проведенного к стороне BC, равна 9. Найдите BC.



Ответ: _____.

2. Найдите объем правильной шестиугольной пирамиды, если ее боковое ребро равно 13, а радиус окружности, описанной около основания, равен 11.

Ответ: _____.

3. Вероятность того, что в будний день число посетителей торгового центра превысит 2000 человек, равна 0,34. Вероятность того, что число посетителей торгового центра превысит 2500 человек, равна 0,18. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный будний день число посетителей окажется от 2001 до 2500 человек.

Ответ: _____.

4. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,6. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет только одну партию из двух.

Ответ: _____.

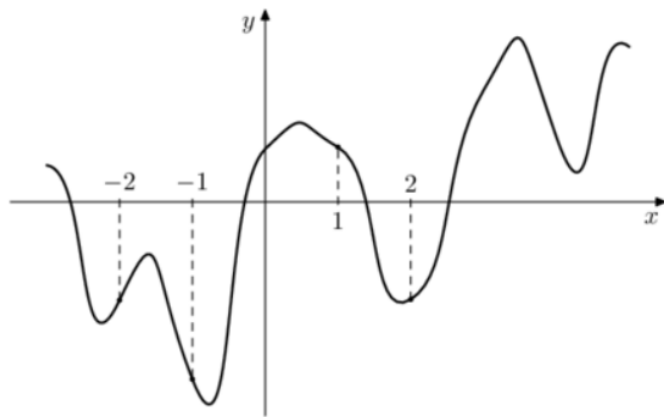
5. Решите уравнение $9^{\sqrt{x-5}} - 27 = 6 \cdot 3^{\sqrt{x-5}}$.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $4 \cos 260^\circ \sin 130^\circ \cos 160^\circ$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, -1, 1, 2$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

8. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^2$, где p – давление газа (в Па), V – объем газа (в м^3), $k = \frac{4}{3}$.

Найдите, какой объем V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $6,25 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

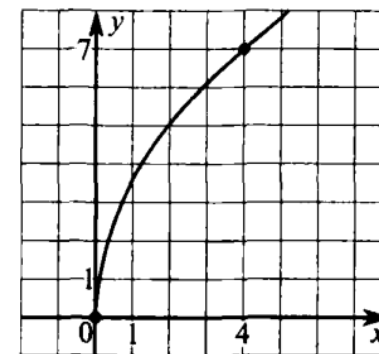
Ответ: _____.

9. Пункт С расположен в 12 км от пункта В вниз по течению. Рыбак отправился на лодке в пункт С из пункта А, расположенного выше пункта В. Через 4 часа он прибыл в С, а на обратный путь затратил 6 часов. В другой раз рыбак воспользовался моторной лодкой, увеличив тем самым собственную скорость передвижения относительно воды втрое, и дошел от А до В за 45 минут. Найдите скорость течения (в км/ч), считая ее постоянной.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции

$$f(x) = k\sqrt{x}. \text{ Найдите } f(7,84).$$



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = e^{-x} - e^{-2x}$ на отрезке $[0; 2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\log_{0,5 \sin 2x}(\sin x) \cdot \log_{0,5 \sin 2x}(\cos x) = 0,25$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $(2,25\pi; 4,5\pi]$

13. Точка F – середина бокового ребра SA правильной четырехугольной пирамиды SABCD, точка M лежит на стороне основания AB. Плоскость β проходит через точки F и M параллельно боковому ребру SC.

А) Плоскость β пересекает ребро SD в точке K. Докажите, что $BM : MA = DK : KS$.

Б) Пусть $BM : MA = 3 : 1$. Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость β разбивает пирамиду.

14. Решите неравенство: $\log_5 x + \log_x \frac{x}{3} < \frac{\log_5 x \cdot (2 - \log_3 x)}{\log_3 x}$

15. У инвестора есть 50 млн рублей. Часть денег он планирует вложить в проект.

Если он вложит в проект $\frac{5x^2}{144}$ млн рублей, то по завершении проекта он получит

x млн рублей. Невложенные в проект деньги инвестор планирует разместить на банковском счете. По завершении проекта инвестор получит из банка сумму, увеличенную на 20%.

Инвестор собирается распределить деньги так, чтобы общая сумма полученных им денег от вложения в проект и размещения в банке оказалась наибольшей. Прибыль от проекта – это разность между полученной от проекта и вложенной в проект суммами денег.

Найдите сколько процентов составит прибыль от проекта от вложенной в него суммы денег.

16. В остроугольном треугольнике ABC на высоте AD взята точка M, а на высоте BP – точка N так, что углы BMC и ANC – прямые. Известно, что $\angle MCN = 30^\circ$, $MN = 4 + 2\sqrt{3}$.

А) Докажите, что $\frac{MD^2}{BD \cdot CD} = 1$.

Б) Найдите длину биссектрисы CL треугольника MCN.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$3 \cdot \sqrt[5]{x+2} = 16a^2 \cdot \sqrt[5]{32x+32} + \sqrt[10]{x^2+3x+2}$$

имеет единственное решение.

18. На доске написано N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 33. Для каждой двух написанных чисел a и b таких, что $a < b$, ни одно из написанных чисел не делится на $b - a$ и ни одно из написанных чисел не является делителем числа $b - a$.

А) Могли ли на доске быть написаны числа 11, 12, 13?

Б) Среди написанных на доске чисел есть число 15. Может ли N быть равным 18?

В) Найдите наибольшее значение N ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.