

Преобразование выражений

Формулы сокращённого умножения

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp a \cdot b + b^2)$$

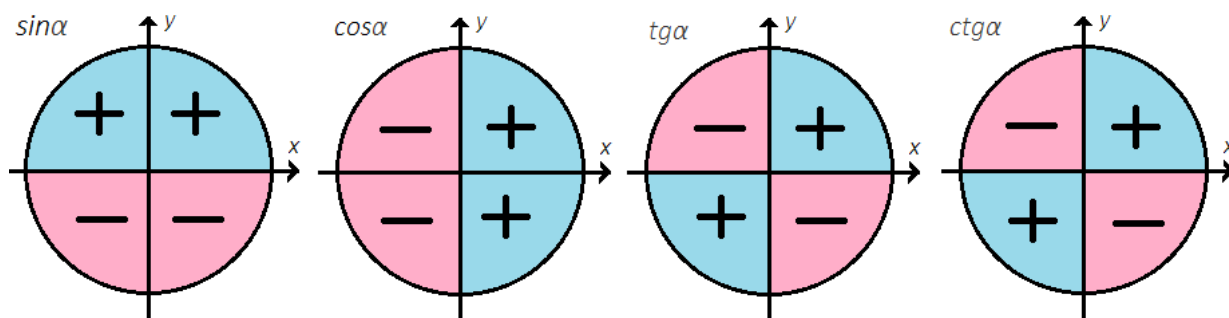
Применение формулы приведения

3 этапа

1. Аргумент функции должен быть представлен в виде $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ причем α — обязательно острый угол (от 0 до 90 градусов).

2. Для аргументов $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, тригонометрическая функция преобразуемого выражения меняется на кофункцию, то есть противоположную (синус на косинус, тангенс на котангенс и наоборот). Для аргументов $\pi \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ функция не меняется.

3. Определяется знак исходной тригонометрической функции. Такой же знак будет иметь функция, записываемая в правой части формулы.



Формулы двойного угла

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$	
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$	
$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$	$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$
$\operatorname{tg}^2 \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$	$\operatorname{ctg}^2 \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$

Тригонометрические формулы сложения

$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$	$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$
$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$	$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$
$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$	$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$
$\operatorname{ctg}(x + y) = \frac{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y} = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y - 1}{\operatorname{ctg} y + \operatorname{ctg} x}$	$\operatorname{ctg}(x - y) = \frac{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y} = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y + 1}{\operatorname{ctg} y - \operatorname{ctg} x}$

Формулы понижения степени

$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$	$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$
$\operatorname{tg}^2 \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$	$\operatorname{ctg}^2 \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$

Корень n-ой степени

$\sqrt[n]{a} = b, b^n = a,$ где $a \geq 0, b \geq 0, n \in \mathbb{N}, n > 1$	
Свойства корня n-ой степени	
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \text{ где } a \geq 0, b \geq 0$	$\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}, \text{ где } a \geq 0$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ где } a \geq 0, b > 0$	$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a , & n\text{-четно,} \\ a, & n\text{-нечетно} \end{cases}$
$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}, \text{ где } a \geq 0$	$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}, n - \text{нечетно}$
$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}, \text{ где } a \geq 0$	$a^{\frac{k}{m}} = \sqrt[m]{a^k}, \text{ где } a \geq 0$

Степени

$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$, где $a \geq 0$, $q \in \mathbb{N}$, $p \in \mathbb{Z}$	
Свойства степени (для $n \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}$)	
$a^0 = 1$, где $a \neq 0$	$a^1 = a$,
$a^{-1} = \frac{1}{a}$, где $a \neq 0$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где $a \neq 0$
$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$	$a^n : a^k = a^{n-k}$, где $a \neq 0$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, где $b \neq 0$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$

Логарифм

$\log_a b = c$, $a^c = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$	
Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b$	
Свойства логарифма	
$\log_a 1 = 0$	$a^{\log_a c} = c^{\log_a a}$
$\log_a a = 1$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
$\log_a b^k = k \log_a b$	$\log_a b \cdot c = \log_a b + \log_a c$
$\log_{a^k} b^m = \frac{m}{k} \log_a b$	$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$