



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

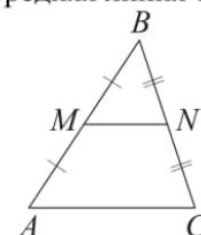
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

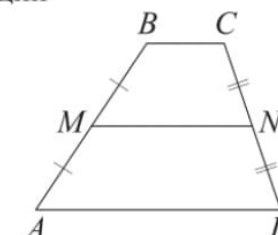
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



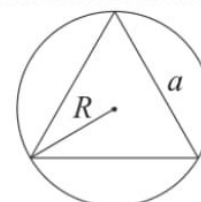
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$MN \parallel AD$

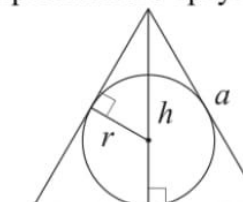
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



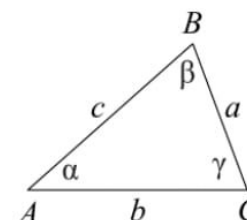
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



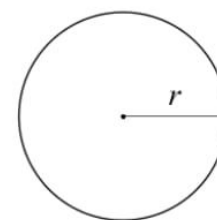
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

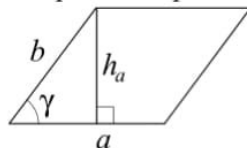


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

**Площади фигур**

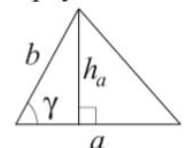
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

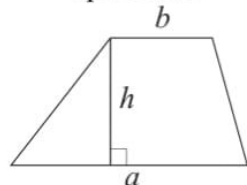
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

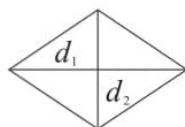
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

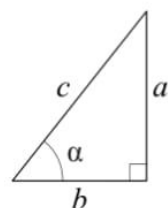
Ромб



$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$ Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

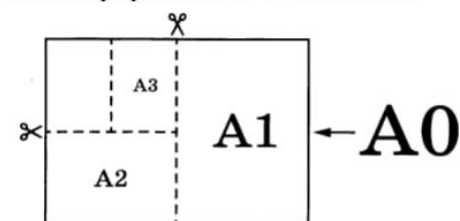
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Если лист формата А0 разрезать пополам, получаются два листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам, получаются два листа формата А2 и так далее.



При этом отношение длины листа к его ширине у всех форматов, обозначенных буквой А, одно и то же (то есть листы всех форматов подобны друг другу). Это сделано специально – чтобы можно было сохранить пропорции текста на листе при изменении формата бумаги (размер шрифта при этом тоже соответственно изменяется).

В таблице 1 даны размеры листов бумаги четырёх форматов: от А3 до А6.

Таблица 1

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	148	210
2	210	297
3	105	148
4	297	420

- 1 Для листов бумаги форматов А3, А4, А5 и А6 определите, какими порядковыми номерами обозначены их размеры в таблице 1. Заполните таблицу ниже, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Форматы бумаги	А3	А4	А5	А6
Порядковые номера				

- 2 Сколько листов бумаги формата А6 получится при разрезании одного листа бумаги формата А2?

Ответ: _____.

- 3 Найдите длину большей стороны листа бумаги формата А1. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь листа бумаги формата А4. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

- 5 Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен $1/72$ дюйма, то есть 0,3528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А4 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 12 пунктов, на листе формата А5? Размер шрифта округлите до целого.

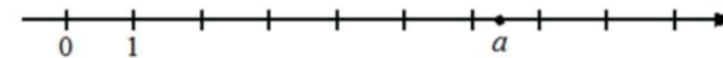
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3}$$

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений для этого числа является верным?

- 1) $a - 4 < 0$
- 2) $a - 6 > 0$
- 3) $6 - a > 0$
- 4) $7 - a < 0$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{2}})^{6\sqrt{2}}}{b^{11}}$$

при $b = 3$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения

$$x + \frac{x}{7} = -8.$$

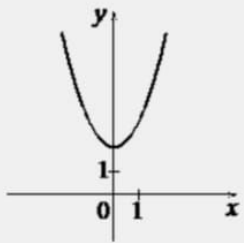
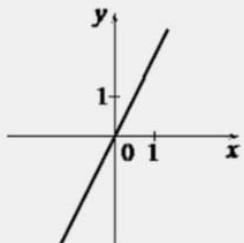
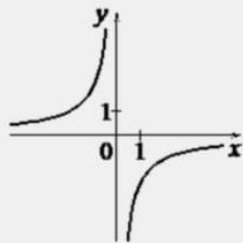
Ответ: _____.



- 10** На экзамене 60 билетов, Олег **не выучил** 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ		
А) 	Б) 	В) 
ФОРМУЛЫ		
1) $y = x^2 + 2$	2) $y = -\frac{2}{x}$	3) $y = 2x$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует -67 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

- 13** Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x - 2,6 \leq 0, \\ x - 1 \geq 1. \end{cases}$$

- 1) $[2; 2,6]$
 2) $(-\infty; 2,6]$
 3) $(-\infty; 2] \cup [2,6; +\infty)$
 4) $[2; +\infty)$

Ответ:

- 14** В 12:00 часы сломались и за каждый следующий час отставали на одно и то же количество минут по сравнению с предыдущим часом. В 22:00 того же дня часы отставали на полчаса. На сколько минут отставали часы спустя 15 часов после того, как они сломались?

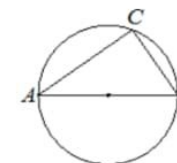
Ответ: _____.

- 15** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 5$, $AC = 2$. Найдите $\operatorname{tg} B$.



Ответ: _____.

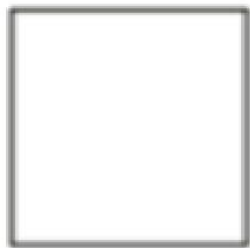
- 16** Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 20. Найдите BC , если $AC = 32$.



Ответ: _____.

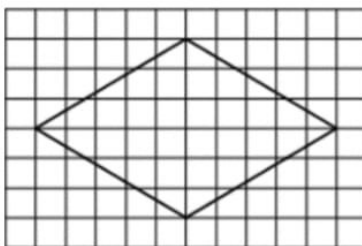


- 17 Сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
- 2) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 3) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите неравенство

$$(x - 11)^2 < \sqrt{5}(x - 11).$$

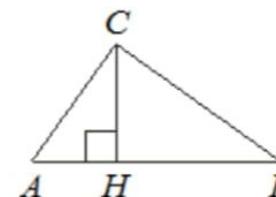
- 21 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

- 22 Постройте график функции

$$y = x^2 + 11x - 4|x + 6| + 30.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

- 23 На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH , $AN = 2$, $BH = 18$. Найдите CH .



- 24 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.

- 25 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 14$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 110° и 100° .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	4213
2	16
3	840
4	623,7
5	17
6	1,2
7	2
8	3
9	-7
10	0,8
11	132
12	-55
13	1
14	45
15	0,4
16	24
17	18
18	10
19	13
20	$(11; 11 + \sqrt{5})$
21	450
22	-2,25; 0
23	6
24	■
25	$\frac{28\sqrt{3}}{3}$

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите неравенство $(x - 11)^2 < \sqrt{5}(x - 11)$.

536E9B

$$(x - 11)^2 - \sqrt{5} \cdot (x - 11) < 0$$

$$(x - 11) \cdot (x - 11 - \sqrt{5}) < 0$$

ОТВЕТ: $(11; 11 + \sqrt{5})$

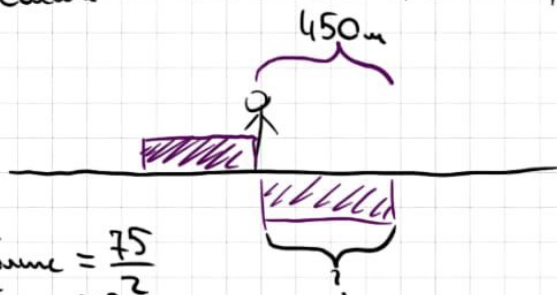
Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

B61BDD

$$v_{\text{сблиз}} = 141 - 6 = 135 \text{ км/ч} = \frac{135 \cdot 1000}{3600} = 37,5 \text{ м/с}$$



$$v_{\text{сблиз}} = 37,5$$

$$t_{\text{сблиз}} = 12$$

$$S = 37,5 \cdot 12 = 450 \text{ м}$$

ОТВЕТ: 450

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

$$y = x^2 + 11x - 4|x + 6| + 30.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

6B948F

Рассмотрим модуль 2 случаями:

$$\textcircled{1} \quad x + 6 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6$$

$$y = x^2 + 11x - 4(x + 6) + 30$$

$$y = x^2 + 7x + 6$$

$$x_0 = \frac{-7}{2 \cdot 1} = -3,5$$

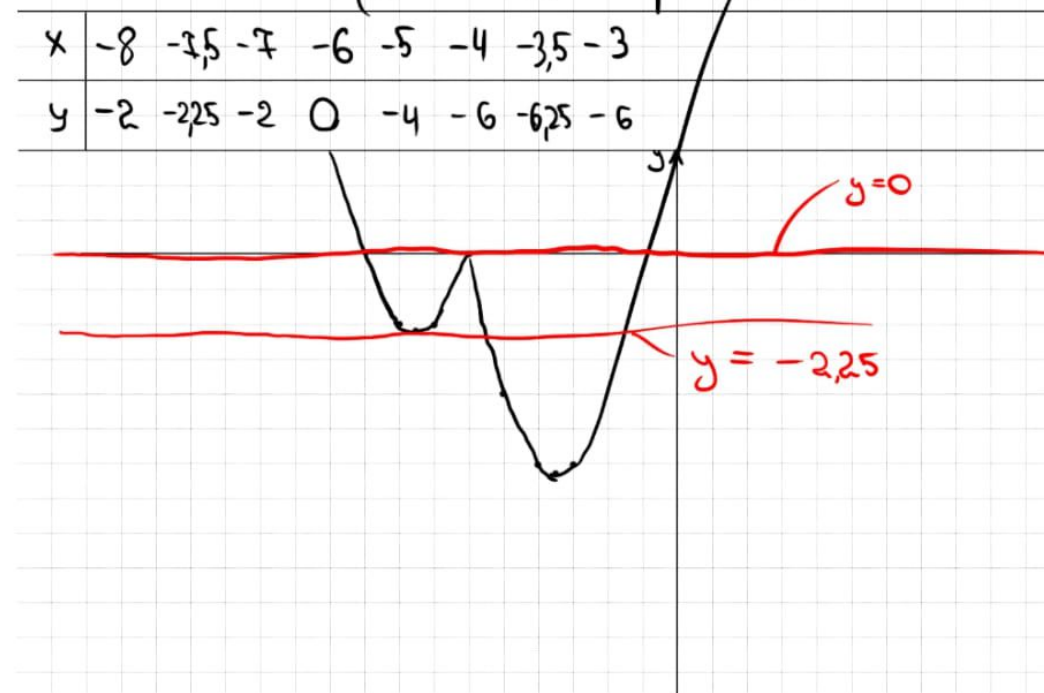
$$\textcircled{2} \quad x + 6 < 0 \Rightarrow x < -6$$

$$y = x^2 + 11x - 4(-x - 6) + 30$$

$$y = x^2 + 15x + 54$$

$$x_0 = \frac{-15}{2 \cdot 1} = -7,5$$

$$y = \begin{cases} x^2 + 7x + 6 & \text{при } x \geq -6 \\ x^2 + 15x + 54 & \text{при } x < -6 \end{cases}$$

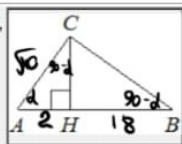
ОТВЕТ: $-2,25; 0$

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



23

На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH , $AH = 2$, $BH = 18$. Найдите CH .



3F683D

① $\triangle ACK \sim \triangle ABC$ по 2 углам ($\angle C$ и 90°)

$$\frac{12}{AC} = \frac{AC}{20} = \frac{CK}{BC}$$

$$AC^2 = 40$$

$$AC = \sqrt{40}$$

② $\triangle ACK$: $CK = \sqrt{10^2 - 2^2} = 6$

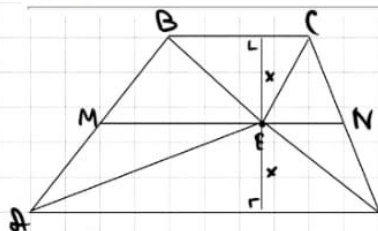
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 6

24

На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.

F57F67



$$S_{\triangle BEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot x + \frac{1}{2} \cdot AD \cdot x = \frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot x$$

$$S_{\text{трап}} = \frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot 2x$$

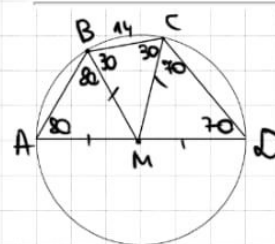
$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot x}{\frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot 2x} = \frac{1}{2}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верно, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верно, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 14$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 110° и 100° .

048981



Вписан $ABCD$ в окружность

$$\angle D = 180 - \angle B = 70 = \angle MCD$$

$$\angle A = 180 - \angle C = 80 = \angle ABM$$

$$\angle MBC = 30^\circ$$

$$\angle MCB = 30^\circ$$

Рассмотрим $\triangle BCM$:

$$\cos \angle CBM = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7}{BM}$$

$$BM = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

$$AD = \frac{28}{\sqrt{3}} = \frac{28\sqrt{3}}{3}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $\frac{28\sqrt{3}}{3}$ 



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.