

ТИП #1

1. При сближении источника и приемника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 140$ Гц и определяется следующим выражением:

$$f = f_0 \cdot \frac{c + u}{c - v} \quad (\text{Гц})$$

где c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 15$ м/с и $v = 14$ м/с – скорости приемника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала f в среде частота сигнала в приёмнике будет не менее 145 Гц?

Решение.

Подставляем числа и составляем неравенство:

$$140 \cdot \frac{c + 15}{c - 14} \geq 145, \quad 28c + 420 \geq 29c - 406, \quad 826 \geq c, \quad c \leq 826.$$

Ответ: 826.

ТИП #2

2. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 50$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 55 до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 260 до 300 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Решение.

Выразим d_1 из формулы:

$$\frac{1}{d_1} = \frac{d_2 - f}{f d_2}, \quad d_1 = \frac{f d_2}{d_2 - f} = \frac{f}{1 - \frac{f}{d_2}}.$$

Из формулы видно, d_1 будет тем меньше, чем больше будет d_2 .

$$d_1 = \frac{50 \cdot 300}{300 - 50} = 60.$$

Ответ: 60.

3. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la},$$

где l – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым автомобиль должен двигаться, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 100 км/ч.

Ответ выразите в км/ч².

Решение.

Подставляем числовые данные:

$$100 = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot a}, \quad a = 5000.$$

Ответ: 5000.

4. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 310 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемого сигнала (в МГц), f – частота отражённого сигнала (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 12 м/с. Ответ выразите в МГц.

Решение.

Подставляем числовые данные и решаем неравенство:

$$1500 \cdot \frac{f - 310}{f + 310} \leq 12, \quad \frac{1500f - 465000 - 12f - 3720}{f + 310} \leq 0,$$

$$\frac{1488f - 468720}{f + 310} \leq 0, \quad \frac{f - 315}{f + 310} \leq 0, \quad -310 < f \leq 315.$$

Ответ: 315.

5. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением

$$A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1},$$

где $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – постоянная, $T = 300 \text{ К}$ – температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15960 Дж.

Решение.

Подставляем числовые данные:

$$15960 = 13,3 \cdot 2 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{p_2}{1,75}, \quad \log_2 \frac{p_2}{1,75} = 2, \quad p_2 = 7.$$

Ответ: 7.