Задача 3

профильного ЕГЭ по математике

Содержание

1 Тренировочная работа 1 3

2 Тренировочная работа 2 4

3 Тренировочная работа 3 6

4 Тренировочная работа 4 8

5 Тренировочная работа 5 10

6 Тренировочная работа 6 13

7 Тренировочная работа 7 15

8 Тренировочная работа 8 17

9 Тренировочная работа 9 19

10 Тренировочная работа 10 22

11 Тренировочная работа 11 24

12 Тренировочная работа 12 26

13 Тренировочная работа 13 28

14 Тренировочная работа 14 31

15 Тренировочная работа 15 32

16 Задача 2 из банка ЕГЭ 35

17 Подсказки 41

18 Ответы 132

1 Тренировочная работа 1

Задача 1

На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра окажется чётной? (Подсказка)

Задача 2

Дежурные по классу Алексей, Иван, Татьяна и Ольга бросают жребий кому стирать с доски. Найдите вероятность того, что стирать с доски придётся одной из девочек. (Подсказка)

Задача 3

Андрей, Борис и Владислав по очереди в случайном порядке подходят к прилавку киоска. Какова вероятность того, что Борис подойдёт позже Андрея? (Подсказка)

Задача 4

Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три? (Подсказка)

Задача 5

В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А пойдёт в магазин? (Подсказка)

Задача 6

В финале телевикторины участвуют четыре игрока, среди которых Иван Петрович. Но главных призов только два, и они будут разыграны случайным образом с помощью компьютера. Какова вероятность того, что Ивану Петровичу достанется один из главных призов? (Подсказка)

Задача 7

Учитель нарисовал на доске квадрат $ABCD$ и предлагает учащемуся выбрать две вершины. Сколько элементарных событий в этом опыте? (Подсказка)

Задача 8

Учитель нарисовал на доске квадрат $ABCD$ и случайно выбирает две вершины. Какова вероятность того, что выбранные вершины соединяются диагональю? (Подсказка)

Задача 9

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза. (Подсказка)

Задача 10

Три друга А, Б, В летят на самолёте. При регистрации им достались три кресла подряд, и друзья заняли их в случайном порядке. Найдите вероятность того, что А сидит рядом с Б. (Подсказка)

Задача 11

Четыре друга А, Б, В, Г заселяются в гостиницу в два двухместных номера. Администратор гостиницы распределяет их по номерам случайным образом. Найдите вероятность того, что А и Б оказались в одном номере. (Подсказка)

Задача 12

Во время психологического теста психолог предлагает каждому из двух испытуемых А и Б выбрать одну из трёх цифр: 1, 2 и 3. Считая, что все комбинации равновозможны, найдите вероятность того, что А и Б выбрали разные цифры. (Подсказка)

2 Тренировочная работа 2

Задача 1

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее чем 4. (Подсказка)

Задача 2

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет чётное число. (Подсказка)

Задача 3

Игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, отличающееся от числа 3 на единицу. (Подсказка)

Задача 4

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что первый раз выпадет число 6. (Подсказка)

Задача 5

Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствую событию

$$A=\{\text{сумма очков равна } 5\}?$$

(Подсказка)

Задача 6

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность события

$$B=\{\text{сумма очков равна } 6\}?$$

(Подсказка)

Задача 7

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков чётна. (Подсказка)

Задача 8

Игральный кубик бросают дважды. Какая сумма очков наиболее вероятна?
(Подсказка)

Задача 9

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпавшие числа будут отличаться на 3. (Подсказка)

Задача 10

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет меньше чем 4. (Подсказка)

Задача 11

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков равно 12. (Подсказка)

Задача 12

Игральный кубик бросают дважды. Найдите число элементарных исходов, благоприятствующих событию

$$B=\{\text{произведение выпавших очков больше или равно } 10\}.$$

(Подсказка)

Задача 13

Бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков больше или равно 10. (Подсказка)

3 Тренировочная работа 3

Задача 1

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадет орёл, во второй решка) (Подсказка)

Задача 2

Симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет ровно одна решка. (Подсказка)

Задача 3

Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы одна решка. (Подсказка)

Задача 4

Монету бросают три раза. Найдите вероятность элементарного исхода ОРО. (Подсказка)

Задача 5

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз. (Подсказка)

Задача 6

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу. (Подсказка)

Задача 7

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет более одного раза.
(Подсказка)

Задача 8

Монету бросают три раза. Какова вероятность того, что результаты двух первых бросков будут одинаковы? (Подсказка)

Задача 9

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что решек выпадет больше, чем орлов.

*Если орлов нет вовсе, то считайте, что их количество равно нулю. (Подсказка)

Задача 10

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что результаты первого и последнего броска различны. (Подсказка)

Задача 11

Монету бросают три раза. Что более вероятно: выпадение одного орла или выпадение двух орлов? (Подсказка)

Задача 12

Монету бросают четыре раза. Сколько элементарных событий в этом опыте? (Подсказка)

Задача 13

Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно три раза. (Подсказка)

Задача 14

Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что решка выпадет больше двух раз. (Подсказка)

4 Тренировочная работа 4

Задача 1

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит элементарный исход РО. (Подсказка)

Задача 2

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпавшее число является делителем числа 6. (Подсказка)

Задача 3

Небольшие холодильники упакованы в кубические картонные коробки. При хранении холодильник должен стоять дном вниз. На складе одну такую коробку положили случайным образом, не обращая внимания на положение холодильника. Найдите вероятность того, что холодильник хранится неправильно. (Подсказка)

Задача 4

Симметричную монету бросают дважды. Сколько элементарных событий благоприятствует выпадению хотя бы одного орла? (Подсказка)

Задача 5

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что наступит элементарный исход РРО. (Подсказка)

Задача 6

На рок-фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 7

В случайном эксперименте игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 8

1 апреля на запись в первый класс независимо друг от друга пришло 3 будущих первоклассника. Найдите вероятность того, что среди них было ровно две девочки и один мальчик.

*Считайте, что пришедший ребенок с равной вероятностью может оказаться мальчиком или девочкой. (Подсказка)

Задача 9

Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и третью игру. (Подсказка)

Задача 10

Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что решка выпадала больше раз, чем орел. (Подсказка)

Задача 11

Игрок зажал в кулаке носовой платок так, что между пальцами торчат только четыре уголка. Второй игрок наудачу выбирает два уголка. Он выигрывает, если взял платок за диагональ, и проигрывает в противном случае. Найдите вероятность выигрыша второго игрока. (Подсказка)

Задача 12

Дан правильный пятиугольник. Учитель предлагает ученику выбрать наугад две вершины. Найдите вероятность того, что выбранные вершины принадлежат одной стороне пятиугольника. (Подсказка)

Задача 13

В случайном эксперименте игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствует событию

$$A=\{\text{сумма выпавших очков четна}\}?$$

(Подсказка)

Задача 14

В случайном эксперименте игральный кубик бросают два раза. Найдите вероятность того, что модуль разности выпавших очков будет меньше чем 2. (Подсказка)

Задача 15

Найдите вероятность того, что произведение трех последних цифр случайного телефонного номера нечетно. (Подсказка)

5 Тренировочная работа 5

Задача 1

В группе туристов 24 человека. С помощью жребия они выбирают трех человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист A хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что A пойдет в магазин?
(Подсказка)

Задача 2

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 7 спортсменов из России, 6 из Китая, 3 из Республики Корея, 4 из Японии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из России. (Подсказка)

Задача 3

На трех крючках в ряд висели три полотенца-красное, синее и зеленое. Их отправили в стирку, а потом снова повесили на те же крючки в случайном порядке. Найдите вероятность того, что теперь полотенца висят не в том порядке, в каком висели раньше. (Подсказка)

Задача 4

На фестивале скрипичной музыки выступают 20 исполнителей, по одному от одной европейской страны. Порядок, в котором они выступают, определяется жребием. Какова вероятность того, что представитель Голландии будет выступать после представителя Ирландии, но перед скрипачом из Швеции? (Подсказка)

Задача 5

В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев оказалось 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных. (Подсказка)

Задача 6

На борту самолета 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В высокий. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В достанется удобное место, если всего в самолете 300 мест. (Подсказка)

Задача 7

Фабрика шьет пиджаки. В среднем на 100 качественных пиджаков 9 пиджаков имеют скрытый дефект (не обнаруженный при контроле). Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине пиджак этой фабрики не будет иметь дефектов. (Подсказка)

Задача 8

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает. (Подсказка)

Задача 9

Фабрика выпускает сумки. В среднем из 100 новых сумок три сумки имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в магазине сумка окажется качественной. (Подсказка)

Задача 10

Какова вероятность того, что случайно выбранное двузначное число делится на 5? (Подсказка)

Задача 11

На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 252 участника. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
(Подсказка)

Задача 12

В классе 26 человек, среди них два близнеца-Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе. (Подсказка)

Задача 13

В классе 21 учащийся, среди них два друга — Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу. (Подсказка)

6 Тренировочная работа 6

Задача 1

Группа туристов, в которой 18 человек, попала в затруднительное положение.С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти за помощью. Турист У хотел бы идти за помощью, но он подчиняется жребию. Какова вероятностъ того, что У пошлют за помощью? (Подсказка)

Задача 2

В фирме такси в наличии 64 легковых автомобиля; 34 из них черные с желтыми надписями на бортах, остальные желтые с черными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов придет машина желтого цвета с черными надписями. (Подсказка)

Задача 3

В чемпионате по прыжкам с шестом участвуют 9 спортсменов из Китая, 6 спортсменов из США и 5 спортсменов из Канады. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступивший последшим, окажется из Китая. (Подсказка)

Задача 4

В некотором городе из 40000 появившихся на свет младенцев оказалось 19 833 девочки. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных. (Подсказка)

Задача 5

На фестивале органной музыки выступают 15 исполнителей, по одному от одной европейской страны. Порядок, в котором они выступают, определяется жребием. Какова вероятность того, что представитель Венгрии будет выступать после представителя Сербии, но перед музыкантом из Австрии? (Подсказка)

Задача 6

В плацкартном вагоне 54 места. Чётные места-верхние, нечетные-нижние. Места с 37 по 54-боковые. Пассажир Р покупает билет. При покупке билета место определяется случайно. Найдите вероятность того, что пассажиру Р достанется нижнее не боковое место. (Подсказка)

Задача 7

В среднем из 1000 новых тарелок 7 имеют малозаметную трещину. Найдите вероятность того, что случайно выбранная новая тарелка не имеет трещин. (Подсказка)

Задача 8

На 1000 зарядных устройств для мобильного телефона в среднем приходится 28 неисправных. Какова вероятность того, что случайно выбранное устройство будет исправным? (Подсказка)

Задача 9

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится три сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность, того, что случайно выбранная в магазине сумка окажется качественной. (Подсказка)

Задача 10

Грамоты призеров математического конкурса хранятся в трех коробках- по 400 дипломов в первых двух и 217 в третьей. Участник С приходит за своей грамотой. Найдите вероятность того, что его грамота найдется в первой или второй коробке. (Подсказка)

Задача 11

Иван Иванович регистрирует автомобиль в ГИБДД и получает новый трехзначный номер. Все три цифры нового номера случайны (номер 000 не разрешен). Найдите вероятность того, что при случайном выборе в новом номере все три цифры будут одинаковы. (Подсказка)

Задача 12

В классе 28 учащихся, среди них Наташа и Владик- брат и сестра. Для проведения медосмотра класс случайным образом разбивают на две равные группы. Найдите вероятность того, что Владик и Наташа попали в разные группы. (Подсказка)

Задача 13

Какова вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число делится на 4? (Подсказка)

7 Тренировочная работа 7

Задача 1

В группе туристов 30 человек. Их вертолетом в несколько приемов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолет перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист A полетит первым рейсом вертолета. (Подсказка)

Задача 2

В соревновании по прыжкам в высоту участвуют 9 спортсменов из Франции, 7 из Италии, 8 из Австрии, 6 из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий вторым, окажется из Франции. (Подсказка)

Задача 3

В соревновании по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании и 9 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Финляндии. (Подсказка)

Задача 4

В среднем из 1000 авторучек, поступивших в продажу, 15 пишут плохо или не пишут. Найдите вероятность того, что одна случайно выбранная авторучка пишет хорошо. (Подсказка)

Задача 5

На борту самолета 54 места у прохода, 6 мест за запасным выходом, остальные 120 мест неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир И высокий. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру И достанется удобное место. (Подсказка)

Задача 6

Фабрика делает женские шляпки. В среднем на 100 качественных шляпок 8 шляпок имеют скрытый дефект (не обнаруженный при контроле качества продукции). Найдите вероятность того, что случайно выбранная шляпка этой фабрики не будет иметь дефектов. (Подсказка)

Задача 7

В среднем из 1500 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что один случай но выбранный при покупке аккумулятор окажется исправным. (Подсказка)

Задача 8

На 1000 зарядных устройств для мобильного телефона в среднем приходится 34 неисправных. Какова вероятность того, что случайно выбранное устройство будет исправным? (Подсказка)

Задача 9

Профессиональный конкурс парикмахеров проводится в три дня. В конкурсе участвует по одному мастеру из 20 стран. Порядок выступления мастеров определяется жеребьевкой: в первые два дня по шесть выступлений, остальные — в третий день. Найдите вероятность того, что выступление мастера из России запланировано на первый или на третий день. (Подсказка)

Задача 10

Грамоты призеров математического конкурса хранятся в трех коробках — по 400 грамот в первых двух, а остальные грамоты в третьей. Участник Б приходит за своей грамотой. Найдите вероятность того, что его грамота найдется в третьей коробке, если всего в конкурсе 953 призера. (Подсказка)

Задача 11

Иван Петрович регистрирует автомобиль в ГИБДД и получает новый номер. Все три цифры нового номера случайны, но номер 000 не разрешен. Раньше номер автомобиля у Ивана Петровича был 769. Найдите вероятность того, что при случайном выборе нового номера он будет записан теми же тремя цифрами (в любом порядке).
(Подсказка)

Задача 12

В классе 21 человек, среди них близнецы- Даша и Маша. Класс случайным образом делят на три группы по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Даша и Маша окажутся в разных группах. (Подсказка)

Задача 13

Андрей и Пантелей выбирают по одному натуральному числу от 1 до 9 независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что сумма этих чисел делится на 4.
(Подсказка)

Задача 14

Какова вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число делится на 8? (Подсказка)

8 Тренировочная работа 8

Задача 1

Вероятность того, что авторучка бракованная, равна 0,1. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие авторучки. Найдите вероятность того, что обе авторучки окажутся исправными. (Подсказка)

Задача 2

Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе? (Подсказка)

Задача 3

При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм. (Подсказка)

Задача 4

Вероятность того, что в случайный момент температура тела здорового человека окажется ниже чем $37°C$, равна 0,81. Найдите вероятность того, что у случайно выбранного здорового человека на медосмотре температура окажется $37°C$ или Выше. (Подсказка)

Задача 5

При контроле качества мебельных щитов на деревообрабатывающем комбинате 31% щитов определяется во второй сорт, 5% щитов отбраковывается. Остальные щиты продаются как первый сорт. Найдите вероятность того, что случайно выбранный новый шщит окажется первого сорта. (Подсказка)

Задача 6

Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О верно решит ровно 11 задач. (Подсказка)

Задача 7

Вероятность того, что купленный фен прослужит больше года, равна 0,37. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,13. Найдите вероятность того, что фен прослужит меньше двух лет, но больше года. (Подсказка)

Задача 8

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в пятницу в автобусе окажется меньше 30 пассажиров, равна 0,72. Вероятность того, что окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,35. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 20 до 29. (Подсказка)

Задача 9

В магазине стоят два платежных автомата. Утром каждый из них неисправен с вероятностью 0,13 независимо от другого. Найдите вероятность того, что утром хотя бы один автомат исправен. Результат округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 10

При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее чем 0,99? (Подсказка)

* Удобно решить противоположную задачу: сколько выстрелов нужно сделать, чтобы цель уцелела с вероятностью меньше чем 0,01? Очевидно, нужно умножать вероятности

промаха при каждом выстреле до тех пор, пока эта вероятность не станет достаточно маленькой.

Задача 11

Биатлонист стреляет по пяти мишеням. На каждую мишень дается один выстрел. Вероятность промаха при одном выстреле равна 0,2 (независимо от результатов предыдущих выстрелов). Найдите вероятность того, что биатлонист поразит все мишени. Результат округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 12

Кубик бросают четыре раза. Какова вероятность того, что шестерка не выпадет ни разу? (Подсказка)

Задача 13

Гроссмейстеры А и Б играют в шахматы. Если А играет белыми, то он выигрывает у Б с вероятностью 0,6. Если А играет черными, то А выигрывает у Б с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А и Б играют две партии, причем во второй партии меняются цветами фигур. Найдите вероятность того, что А выиграет оба раза. (Подсказка)

Задача 14

Чтобы поступить в институт на специальность «Международное право», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 60 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Социология», нужно набрать не менее 60 баллов баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и обществознание.
Вероятность того, что абитуриент А получит не менее 60 баллов по математике, равна 0,8, по русскому языку – 0,9, по иностранному языку – 0,8 и по обществознанию – 0,9. Найдите вероятность того, что А поступит хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей. (Подсказка)

9 Тренировочная работа 9

Задача 1

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,05. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными. (Подсказка)

Задача 2

Вероятность того, что новый компьютер в течение года потребует гарантийного ремонта, равна 0,05. В некотором городе из 500 проданных компьютеров в течение года в гарантийную мастерскую поступило 28 штук. На сколько в этом городе отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности? (Подсказка)

Задача 3

При изготовлении подшипников диаметром 45,5 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше чем на 0,01 мм, равна 0,98. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 45,49 мм или больше чем 45,51 мм. (Подсказка)

Задача 4

Автоматическая линия разливает минеральную воду в бутылки по 1,5 л. В 2% случаев объем воды в бутылке отличается от нормы больше чем на 0,05 л. Какова вероятность того, что в случайно выбранной бутылке объем воды будет от 1,45 до 1,55 л?
(Подсказка)

Задача 5

На фабрике керамической посуды 10% произведенных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки посту- пают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. (Подсказка)

Задача 6

Вероятность того, что на тесте по истории учащийся М верно ответит больше чем на 11 вопросов, равна 0,46. Вероятность того, что М верно ответит больше чем на 10 вопросов, равна 0,54. Найдите вероятность того, что М верно ответит ровно на 11 вопросов. (Подсказка)

Задача 7

Вероятность того, что новый миксер прослужит больше двух лет, равна 0,78. Вероятность того, что он прослужит больше трех лет, равна 0,46. Найдите вероятность того, что миксер прослужит меньше трех, но больше двух лет. (Подсказка)

Задача 8

Вероятность того, что учащийся Б верно решит не менее 10 заданий ЕГЭ по математике, равна 0,73. Вероятность того, что он верно выполнит не менее 12 заданий по математике, равна 0,54. Найдите вероятность того, что учащийся Б на ЕГЭ по математике верно выполнит 10 или 11 заданий. (Подсказка)

Задача 9

В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).
(Подсказка)

Задача 10

Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания каждой из ламп в течение года равна 0,2. Найдите вероятность того, что в течение года перегорят обе лампы. (Подсказка)

Задача 11

По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надежность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность то- го, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.
(Подсказка)

Задача 12

В интернет-магазине три телефонных оператора. В случайный момент оператор занят разговором с клиентом с вероятностью 0,7 независимо от других. Клиент звонит в магазин. Найдите вероятность того, что в этот момент все операторы заняты. (Подсказка)

Задача 13

Стрелок делает последовательно четыре выстрела по мишеням. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,7, при втором и последующих выстрелах вероятность попадания равна 0,9. Обозначим попадание буквой П, промах — буквой Н. Найдите вероятность элементарного исхода ННПП. (Подсказка)

Задача 14

Найдите вероятность того, что произведение трех последних цифр случайно выбранного телефонного номера четно. (Подсказка)

10 Тренировочная работа 10

Задача 1

Вероятность того, что новый телевизор в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,04. В некотором городе из 1000 проданных телевизоров в течение года в гарантийную мастерскую поступило 36 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе? (Подсказка)

Задача 2

При изготовлении подшипников диаметром 92,2 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше чем на 0,01 мм, равна 0,97. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 92,19 мм или больше чем 92,21 мм. (Подсказка)

Задача 3

Найдите вероятность того, что в случайном семизначном телефонном номере последняя цифра не больше 3, а две цифры перед ней не больше 2. (Подсказка)

Задача 4

Автоматическая линия разливает питьевую воду в бутылки по 6 л. В 97% случаев объем воды в бутылке отличается от нормы не больше чем на 0,2 л. Какова вероятность того, что в случайно выбранной бутылке объем воды будет меньше чем 5,8 л или больше чем 6,2 л? (Подсказка)

Задача 5

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19. (Подсказка)

Задача 6

Вероятность того, что на тесте по химии учащийся П верно решит больше 8 задач, равна 0,48. Вероятность того, что П верно решит больше 7 задач, равна 0,54. Найдите вероятность того, что П верно решит ровно 8 задач. (Подсказка)

Задача 7

Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что чайник прослужит меньше двух лет, но больше года.
(Подсказка)

Задача 8

Вероятность того, что учащийся В верно решит не менее 8 заданий ЕГЭ по физике, равна 0,61. Вероятность того, что он верно выполнит не менее 10 заданий по физике, равна 0,38. Найдите вероятность того, что учащийся В на ЕГЭ по физике верно выполнит 8 или 9 заданий. (Подсказка)

Задача 9

Системный администратор обслуживает два сервера. Вероятность того, что в течение дня первый сервер потребует вмешательства, равна 0,3. Вероятность того, что второй сервер потребует вмешательства, равна 0,2. Найдите вероятность того, что в течение дня ни один из серверов не потребует вмешательства. (Подсказка)

Задача 10

В фирме такси есть два микроавтобуса. Каждый из них в случайный момент времени свободен с вероятностью 0,43. Какова вероятность того, что в случайный момент ни один автобус не будет свободен? (Подсказка)

Задача 11

В магазине одежды в случайный момент каждый продавец независимо от других занят с покупателем с вероятностью 0,2. Всего продавцов трое. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный момент хотя бы один из продавцов свободен.
(Подсказка)

Задача 12

В бутике модной обуви в случайный момент каждый продавец занят с покупателем с вероятностью 0,1. Всего продавцов трое. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный момент хотя бы один из продавцов свободен. (Подсказка)

Задача 13

Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания каждой из ламп в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит. (Подсказка)

Задача 14

Вероятность того, что деталь окажется бракованной, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из трех таких слу- чайно выбранных деталей ровно две окажутся бракованными. (Подсказка)

11 Тренировочная работа 11

Задача 1

На рисунке показана схема лесных дорожек. Пешеход идет из точки S по дорожкам, на каждой развилке выбирая дорожку случайным образом и никогда не возвращаясь обрат- но. Найдите вероятность того, что он попадет в точку M.
(Подсказка)

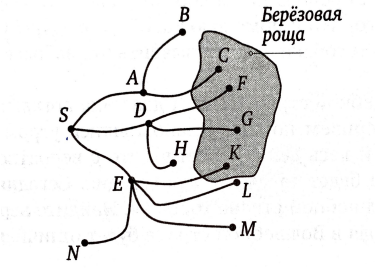


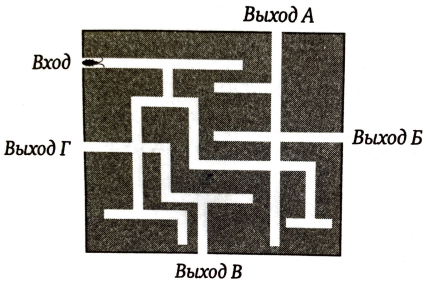
Рисунок к задачам 1 и 2

Задача 2

На рисунке показана схема лесных дорожек. Пешеход идет из точки S по дорожкам, на каждой развилке выбирая дорожку случайным образом и не возвращаясь обратно. Найдите вероятность того, что он попадёт в березовую рощу обозначенную на схеме закрашенной областью. (Подсказка)

Задача 3

На рисунке изображен лабиринт. Жук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад жук не может, поэтому на каждом разветвлении он выбирает один из путей, по которым он еще не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью жук придет к выходу В. (Подсказка)



Задача 4

В ветеринарной лаборатории проводятся анализы на пироплазмоз. Если анализ не выявляет заболевания, говорят, что результат анализа отрицательный, в противном случае — что результат положительный. Если анализ отрицательный, врач назначает повторный анализ. Третий анализ не назначается. Вероятность ложного отрицательного анализа у больной пироплазмозом собаки равна 0,3. Найдите вероятность того, что с помощью такой процедуры у больной пироплазмозом собаки удастся выявить это заболевание. (Подсказка)

Задача 5

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причем погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такая же, как сегодня. Сегодня 3 июля, и погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода. (Подсказка)

Задача 6

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4. (Подсказка)

Задача 7

Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно болеют гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным. (Подсказка)

12 Тренировочная работа 12

Задача 1

На рисунке показана схема лесных дорожек. Пешеход идет из точки S по дорожкам, на каждой развилке выбирая дорожку случайным образом и не возвращаясь обратно. Найдите вероятность того, что он попадет в точку F. (Подсказка)

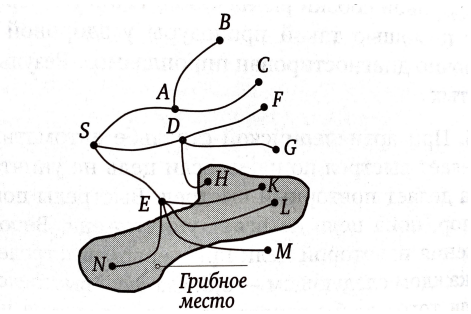


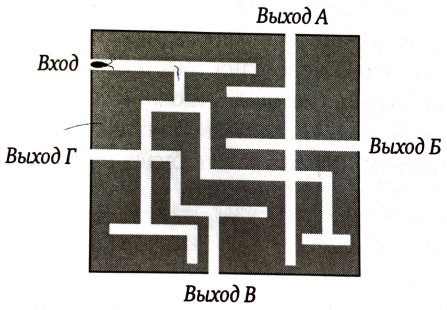
Рисунок к задачам 1 и 2

Задача 2

На рисунке показана схема лесных дорожек. Пешеход идет из точки S по дорожкам, на каждой развилке выбирая дорожку случайным образом и не возвращаясь обратно. Найдите вероятность того, что он попадет в грибное место, обозначенное на схеме закрашенной областью. (Подсказка)

Задача 3

На рисунке изображен лабиринт. Жук вползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться или ползти назад жук не может, поэтому на каждом разветвлении жук выбирает один из путей, по которым он еще не ползал. Считая, что выбор чисто случайный, определите, с какой вероятностью жук придет к одному из выходов. (Подсказка)



Задача 4

В ветеринарной лаборатории проводятся анализы на пироплазмоз. Если анализ не выявляет заболевания, говорят, что результат анализа отрицательный, в противном случае — что результат положительный. Если анализ отрицательный, врач назначает повторный анализ. Третий анализ не назначается. Вероятность ложного положительного результата у здоровой собаки равна 0,005. Найдите вероятность того, что с помощью такой процедуры у здоровой собаки будет ошибочно диагностирован пироплазмоз. Результат округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 5

При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,6, а при каждом следующем – 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее чем 0,99. (Подсказка)

Задача 6

Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать лож- ный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что у 6% пациентов с подозрением на гепатит анализ дает положительный результат. Найдите вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит, действительно болен гепатитом. Ответ округлите до тысячных. (Подсказка)

Задача 7

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и замечательная, причем погода держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такая же, как сегодня. Сегодня 3 июля, и погода в Волшебной стране замечательная. Найдите вероятность того, что 5 июля погода в Волшебной стране также будет замечательная. (Подсказка)

13 Тренировочная работа 13

Задача 1

В кармане у Миши было четыре конфеты — «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж». (Подсказка)

Задача 2

На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос. (Подсказка)

Задача 3

Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя. (Подсказка)

Задача 4

В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси. (Подсказка)

Задача 5

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней. (Подсказка)

Задача 6

Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1. (Подсказка)

Задача 7

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах. (Подсказка)

Задача 8

За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.
(Подсказка)

Задача 9

За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки не будут сидеть рядом. (Подсказка)

Задача 10

За круглый стол на 201 стул в случайном порядке рассаживаются 199 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между девочками будет сидеть один мальчик. (Подсказка)

Задача 11

Проводится жеребьёвка Лиги Чемпионов. На первом этапе жеребьёвки восемь команд, среди которых команда «Барселона», распределились случайным образом по восьми игровым группам — по одной команде в группу. Затем по этим же группам случайным образом распределяются еще восемь команд, среди которых команда «Зенит». Найдите вероятность того, что команды «Барселона» и «Зенит» окажутся в одной игровой группе. (Подсказка)

Задача 12

У Вити в копилке лежит 12 рублёвых, 6 двухрублёвых, 4 пятирублёвых и 3 десятирублёвых монеты. Витя наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит более 70 рублей.
(Подсказка)

Задача 13

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции? (Подсказка)

Задача 14

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 спортсменов из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России. (Подсказка)

Задача 15

В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

$$1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.$$

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе? (Подсказка)

14 Тренировочная работа 14

Задача 1

Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами? (Подсказка)

Задача 2

При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98? (Подсказка)

*В ответе укажите наименьшее необходимое количество выстрелов.

Задача 3

На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем. (Подсказка)

Задача 4

Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся. (Подсказка)

Задача 5

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая – 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стёкол, а вторая – 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным. (Подсказка)

Задача 6

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства. (Подсказка)

Задача 7

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах. (Подсказка)

15 Тренировочная работа 15

Задача 1

Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка. (Подсказка)

Задача 2

При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков? (Подсказка)

Задача 3

Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8». (Подсказка)

Задача 4

Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 5 орлов» больше вероятности события «выпадет ровно 4 орла»? (Подсказка)

Задача 5

В одном ресторане в г.Тамбове администратор предлагает гостям сыграть в «Шеш-беш»: гость бросает одновременно две игральные кости. Если он выбросит комбинацию 5 и 6 очков хотя бы один раз из двух попыток, то получит комплимент от ресторана: чашку кофе или десерт бесплатно. Какова вероятность получить комплимент? Результат округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 6

Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 7

Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.(Подсказка)

Задача 8

Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток. (Подсказка)

Задача 9

При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание? (Подсказка)

Задача 10

Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6? (Подсказка)

Задача 11

В ящике четыре красных и два синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету? (Подсказка)

Задача 12

Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно пять мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно четыре мишени»? (Подсказка)

Задача 13

В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер? (Подсказка)

Задача 14

В викторине участвуют 6 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых трёх играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет четвёртый раунд? (Подсказка)

Задача 15

Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определён жребием. Всего в турнире участвует 16 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придётся сыграть друг с другом? (Подсказка)

Задача 16

Первый член последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p = 0{,}8$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1 - p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что какой-то член этой последовательности окажется равен -1? (Подсказка)

Задача 17

Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет чётных чисел, а нечётные числа 1, 3 и 5 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 3 и 5 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик? (Подсказка)

Задача 18

Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»? (Подсказка)

Задача 19

В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером». (Подсказка)

Задача 20

Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить ещё 2 или 3 шоколадных яйца? (Подсказка)

16 Задача 2 из банка ЕГЭ

Задача 1

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8. Результат округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 2

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз. (Подсказка)

Задача 3

В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая. (Подсказка)

Задача 4

При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным. (Подсказка)

Задача 5

Фабрика выпускает сумки. В среднем 8 сумок из 100 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. (Подсказка)

Задача 6

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 4 из Финляндии, 7 из Дании, 9 из Швеции и 5 из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Швеции. (Подсказка)

Задача 7

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов: первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвёртым и пятым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции? (Подсказка)

Задача 8

Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 50 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 6 выступлений, остальные распределены поровну

между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса? (Подсказка)

Задача 9

На конференцию приехали учёные из трёх стран: 3 из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад учёного из России. (Подсказка)

Задача 10

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 спортсменов из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России. (Подсказка)

Задача 11

В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по теме "Ботаника". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме "Ботаника". (Подсказка)

Задача 12

В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме "Неравенства". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме "Неравенства". (Подсказка)

Задача 13

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая. (Подсказка)

Задача 14

Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3? (Подсказка)

Задача 15

На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран, в том числе группы из Дании, Швеции и Норвегии. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать позже групп из Швеции и Норвегии? Ответ округлите до сотых. (Подсказка)

Задача 16

На олимпиаде по русскому языку 250 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 120 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории. (Подсказка)

Задача 17

В классе 26 учащихся, среди них два друга — Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе. (Подсказка)

Задача 18

В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей: 27 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями. (Подсказка)

Задача 19

В группе туристов 30 человек. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта. (Подсказка)

Задача 20

Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе? (Подсказка)

Задача 21

При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 66,99 мм, или больше, чем 67,01 мм. (Подсказка)

Задача 22

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °C, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °C или выше. (Подсказка)

Задача 23

Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач. (Подсказка)

Задача 24

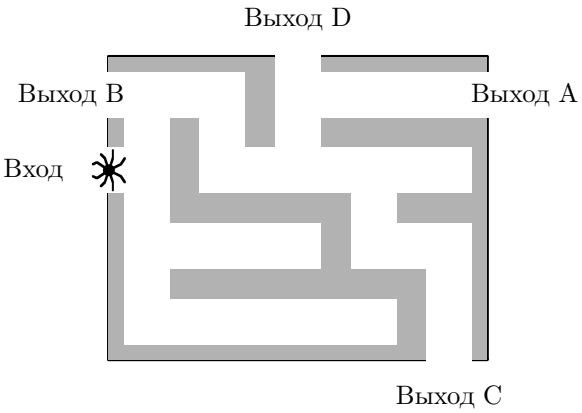
Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19 включительно. (Подсказка)

Задача 25

Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1. (Подсказка)

Задача 26

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



(Подсказка)

Задача 27

За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом. (Подсказка)

Задача 28

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает. (Подсказка)

Задача 29

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 92 качественных сумки приходится 8 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. (Подсказка)

Задача 30

Какова вероятность того, что последние две цифры случайного телефонного номера различны? (Подсказка)

Задача 31

В группе шесть человек, среди них — Михаил и Олег. Группу случайным образом делят на 3 пары. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной паре. (Подсказка)

17 Подсказки

Тренировочная работа 1

Задача 1

На клавиатуре телефона 10 цифр, из них 5 четных (включая 0): $0, 2, 4, 6, 8$. Поэтому вероятность того, что случайно будет нажата четная цифра, равна $\frac{5}{10} = 0{,}5$.

Задача 2

Всего дежурных 4 человека, из них 2 девочки: Ольга и Татьяна. Чтобы найти искомую вероятность, надо разделить кол-во девочек на общее число дежурных: $\frac{2}{4} = 0{,}5$.

Задача 3

Вариант 1:

Всего существует 6 возможных вариантов очереди: АБВ АВБ БАВ БВА ВАБ ВБА. Борис подойдет позже Андрея в трех случаях: АБВ ВАБ АВБ, значит искомая вероятность $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Вариант 2:

На самом деле существуют всего два случая, у которых равная вероятность: Борис может подойти перед Андреем или после него. Из этих двух случаев благоприятным является только один, и его вероятность: $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

Задача 4

Натуральных чисел от 10 до 19 десять ($19 - 10 + 1 = 10$ или можно просто выписать все эти числа и убедиться в этом), из них на 3 делятся три числа: $12, 15, 18$. Искомая вероятность равна: $\frac{3}{10} = 0{,}3$.

Задача 5

Будем считать, что жребий выглядит так: каждый турист достанет из шапки бумажку, на которой будет написано идёт ли он в магазин или нет. Всего бумажек 5. Вытянув две из них, турист пойдёт в магазин. Турист А с равной вероятностью может вытянуть любую из 5 бумажек. Для туриста А существует два благоприятных исхода из 5 возможных. Значит вероятность того, что турист А пойдёт в магазин $\frac{2}{5} = 0{,}4$.

Задача 6

Всего в викторине участвуют 4 игрока. Из них двое получат приз. Тогда вероятность получения приза составляет $\frac{2}{4} = 0{,}5$.

Задача 7

Вариант 1:

Выполним перебор всех возможных вариантов: AB (BA), AC (CA), AD (DA), BC (CB), BD (DB), CD (DC). Уникальных исходов получается 6.

Вариант 2:

Первую вершину можно выбрать четырьмя способами (A, B, C или D), вторую – тремя (так как одну мы уже выбрали). Всего получим $4 \cdot 3 = 12$ вариантов, но т.к. каждую пару мы посчитали дважды (AB и BA мы посчитали за разные), то надо убрать повторы, разделив число исходов на $2 \Longrightarrow \frac{12}{2} = 6$.

Задача 8

Из предыдущей задачи мы поняли, что мы можем выбрать две вершины в квадрате (то есть построить отрезок) 6 способами. 4 варианта дают нам стороны квадрата, а оставшиеся 2 варианта дают диагональ. Таким образом, искомая вероятность $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Задача 9

Обозначим «+» случай, когда физик выигрывает жребий, случай когда физик проигрывает жребий обозначим «-». Тогда для трёх различных матчей у нас есть 8 исходов жребия: $---, --+, -+-, -++, +--, +-+, ++-, +++$. Для события «физик выигрывает жребий ровно 2 раза» благоприятными являются 3 исхода: $++-, +-+, -++$. У нас есть три благоприятных исхода из 8. Тем самым, искомая вероятность равна: $\frac{3}{8} = 0{,}375$.

Задача 10

Вариант 1:

У нас есть 6 различных исходов, как друзья могут сесть: АБВ АВБ БАВ ББА ВАБ ВБА. Для события «А сидит рядом с Б» существуют 4 благоприятных исхода: АБВ БАВ ВАБ ВБА. У нас есть 4 благоприятных исхода из 6 возможных. Поэтому искомая вероятность: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Вариант 2:

Друг А может с равной вероятностью сесть на любое из трёх мест, то есть вероятность того, что А займёт конкретное место равно $\frac{1}{3}$. Если А сядет на центральное место, то вероятность, что А и Б будут сидеть рядом равна 1 (А и Б точно будут сидеть рядом). Если А сядет на одно из крайних мест(вероятность этого равна $\frac{2}{3}$, так как крайних места два: слева и справа), то Б будет сидеть рядом с А с вероятностью $\frac{1}{2}$ (так на соседнее с крайним место может сесть либо Б, либо В). Искомая вероятность равна: $\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$.

Задача 11

Вариант 1:

Всего возможны 3 варианта расселения: АБ + ВГ, АВ + БГ, АГ + БВ (у А может быть 3 различных соседа, а номер в который заселили А будем считать первым). А и Б окажутся в одном номере только в первом случае. У нас один благоприятный исход из 3 возможных. Значит искомая вероятность: $\frac{1}{3}$.

Вариант 2:

Возьмём друга А. К нему с одинаковой вероятностью можно подселить либо Б, либо В, либо Г с одинаковой вероятностью, то есть у нас существует всего три возможных исхода: АБ, АВ и АГ. Благоприятный исход только один: АБ. Тогда вероятность того, что к А подселится именно Б равна $\frac{1}{3}$.

Задача 12

Всего возможных комбинаций исходов – 9. Перечислим их:

А	1	1	1	2	2	2	3	3	3
Б	1	2	3	1	2	3	1	2	3

Из таблицы видно, что для события «А и Б выбрали разные числа» существует 6 различных исходов. У нас 6 благоприятных исходов из 9 возможных. Поэтому искомая вероятность: $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Тренировочная работа 2

Задача 1

При броске кубика возможны шесть различных исходов (может выпасть от 1 до 6 очков), причем эти исходы выпадают с одинаковой вероятностью. Для события «выпадет меньше четырёх очков» благоприятными являются три исхода: когда на кубике выпадает $1, 2$ или 3 очка. У нас 3 благоприятных исхода из 6 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет меньше четырёх очков равна $\frac{3}{6} = 0{,}5$.

Задача 2

При броске кубика возможны шесть различных исходов (может выпасть от 1 до 6 очков), причем эти исходы выпадают с одинаковой вероятностью. Для события «выпадет чётное число» благоприятными являются три исхода: когда на кубике выпадает $2, 4$ или 6 очка. У нас 3 благоприятных исхода из 6 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет меньше четырёх очков равна $\frac{3}{6} = 0{,}5$.

Задача 3

От числа 3 на единицу отличаются два числа 2 ($2 = 3 - 1$) и 4 ($4 = 3 + 1$).
При броске кубика возможны шесть различных исходов (может выпасть от 1 до 6 очков), причем эти исходы выпадают с одинаковой вероятностью. Для события «число выпавших очков отличает от числа 3 на единицу» благоприятными являются два исхода: когда на кубике выпадает 2 или 4 очка. У нас 2 благоприятных исхода из 6 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет меньше четырёх очков равна $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Задача 4

При броске кубика возможны шесть различных исходов (может выпасть от 1 до 6 очков), причем эти исходы выпадают с одинаковой вероятностью. Для события «на кубике выпадет 6 очков» благоприятными являются один исход: когда на кубике выпадает 6 очков. У нас 1 благоприятный исход из 6 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет меньше четырёх очков равна $\frac{1}{6}$.

Задача 5

Составим таблицу возможных сумм очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Выделим случаи, которые удовлетворяют условию «сумма очков равна 5». Видим, что всего выделены 4 случая. Значит у нас 4 благоприятных исхода.

Задача 6

Составим таблицу возможных сумм очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Выделяем случаи, которые удовлетворяют условию «сумма очков равна 6». Видим, что всего имеется 5 благоприятных исходов. Для каждого броска кубика имеем 6 элементарных исходов, значит для двух бросков их будет $6^2 = 36$. У нас 5 благоприятных исходов из 36 возможных. Поэтому искомая вероятность $\frac{5}{36}$.

Задача 7

Вариант 1:

При 2 бросках кубика равно возможны $6 \cdot 6 = 36$ различных исходов. Сумма чётна, если на первом кубике выпадает нечётное число (их всего 3) и на втором выпадает нечётное число, этому соответствует $3 \cdot 3 = 9$ исходов. Либо, если на обоих кубиках выпадают чётные числа (их тоже 3), этому соответствует $3 \cdot 3 = 9$ исходов. Таким образом, всего имеем $9 + 9 = 18$ благоприятных исходов. Поэтому вероятность того, что сумма двух выпавших чисел чётна равна $\frac{18}{36} = 0{,}5$.

Вариант 2:

Составим таблицу возможных сумм очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Выделим случаи, которые удовлетворяют условию «выпадет чётное число». Видим, что всего выделены 18 случаев. Значит у нас 18 благоприятных исхода из 36. Тогда искомая вероятность: $\frac{18}{36} = 0{,}5$.

Задача 8

Составим таблицу возможных сумм очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Как видно из таблицы самая большая вероятность выпадения будет у суммы очков, равной 7. Такая сумма появится 6 раз.

Задача 9

Составим таблицу возможных сумм очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Выделим случаи, которые удовлетворяют условию «выпавшие числа будут отличаться на 3». Видим, что всего выделены 6 случаев. Значит у нас 6 благоприятных исходов из 36. Тогда искомая вероятность: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Задача 10

Составим таблицу возможных сумм очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 2 кубике / число на 1 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Выделим случаи, которые удовлетворяют условию «сумма выпавших очков будет меньше чем 4». Видим, что всего выделены 3 случая. Значит у нас 3 благоприятных исходов из 36. Тогда искомая вероятность: $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Задача 11

Составим таблицу возможных произведений очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 2 кубике / число на 1 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Выделим случаи, которые удовлетворяют условию «произведение выпавших очков равно 12». Видим, что всего выделены 4 случая. Значит у нас 4 благоприятных исходов из 36. Тогда искомая вероятность: $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

Задача 12

Составим таблицу возможных произведений очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Выделим случаи, которые удовлетворяют условию «произведение выпавших очков больше или равно 10». Видим, что всего выделены 19 случаев. Значит у нас 19 благоприятных исходов из 36.

Задача 13

Обратим внимание, что нам все равно, бросают ли два разных кубика или один и тот же кубик дважды. Составим таблицу возможных произведений очков, выпавших при 2 бросаниях кубиков:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Выделим случаи, которые удовлетворяют условию «произведение выпавших очков больше или равно 10». Видим, что всего выделены 19 случаев. Значит у нас 19 благоприятных исходов из 36. Тогда искомая вероятность: $\frac{19}{36}$.

Тренировочная работа 3

Задача 1

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможных исходов — четыре: ОО, ОР, РО, РР. Благоприятным из них является один: ОР. Следовательно, искомая вероятность равна $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Задача 2

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможных исходов — четыре: ОО, ОР, РО, РР. Решка выпадает ровно один раз в двух случаях: ОР и РО. У нас ровно два благоприятных исхода из 4 возможных. Поэтому вероятность того, что решка выпадет ровно 1 раз, равна $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Задача 3

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможных исходов — четыре: ОО, ОР, РО, РР. Нам нужно, что бы хотя бы 1 раз выпала решка. Этому соответствует 3 события: ОР, РО, РР. У нас три благоприятных исхода из 4 возможных. Тогда вероятность того, что решка выпадет хотя бы один раз равна $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

Задача 4

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможных исходов — восемь: ООО, ООР, ОРО, ОРР, РРР, РРО, РОО, РОР. Благоприятным является один исход: ОРО. Следовательно, искомая вероятность равна $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

Задача 5

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможных элементарных исходов — восемь: ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОР, РОО, РРО, РРР. Орел выпадает ровно один раз в трёх случаях: РРО, РОР, ОРР. У нас 3 благоприятных исхода из 8 возможных. Поэтому вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз, равна $\frac{3}{8} = 0{,}375$.

Задача 6

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Равновероятны 8 исходов эксперимента, из которых решка не выпадет ни разу только в исходе ООО. У нас 1 благоприятный исход из 8 возможных. Поэтому вероятность того, что решка не выпадет ни разу равна $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

Задача 7

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Возможны восемь элементарных исходов: ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР. Из них благоприятными являются 4 исхода: ООР, ОРО, РОО, ООО. Поэтому искомая вероятность равна: $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Задача 8

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Возможны восемь элементарных исходов: ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР. Из них благоприятными являются 4 исхода: ООР, ООО, РРО, РРР. У нас 4 благоприятных исхода из 8 возможных. Поэтому искомая вероятность равна: $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Задача 9

Вариант 1:

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Возможны восемь элементарных исходов: ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР. Из них благоприятными являются 4 исхода: ОРР, РОР, РРО, РРР. Поэтому искомая вероятность равна: $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Вариант 2:

Решек выпадает больше чем орлов в двух случаях: выпало две решки и один орёл или выпало три решки. Заметим, что вероятность события выпало три орла, такая же как вероятность того, что выпадет три решки. Вероятность события выпало два орла и одна решка, такая же как вероятность события выпало две решки и один орёл. Отсюда мы понимаем, что вероятность события решек выпало больше чем орлов такая же как вероятность события орлов выпало больше чем решек. При трёх бросках решек не может выпасть столько же, сколько орлов. Поэтому вероятность события «рлов выпало больше, чем решек» и вероятность события «решек выпало больше, чем орлов» равны друг другу и равны $\frac{1}{2}$.

Задача 10

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Возможны восемь элементарных исходов: ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР. Из них благоприятными являются ООР, ОРР, РОО, РРО. Поэтому искомая вероятность равна: $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Задача 11

Вариант 1:

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Возможны восемь элементарных исходов: ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР.

Для события «выпал один орёл» благоприятными являются три исхода: ОРР, РОР, РРО (вероятность события «выпал один орёл»: $\frac{3}{8} = 0{,}375$).

Для события «выпали два орла» благоприятными являются три исхода: ООР, ОРО, РОО (вероятность события «выпали два орла»: $\frac{3}{8} = 0{,}375$). Вероятность выпадения этих событий одинакова.

Вариант 2:

Если поменять каждого орла на решку, а каждую решку на орла, то исход ОРР заменится на РОО, исход РОР на ОРО и РРО на ООР. Так как все исходы равновероятны, мы можем понять, что вероятность события «выпадет один орёл» равна вероятности события «выпадет два орла».

Задача 12

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможно $2^4 = 16$ элементарных исхода. Перечислим их:

ОООО	РООО	ОРОО	РРОО
ООРР	РОРР	ОРРР	РРРР
ООРО	РОРО	ОРРО	РРРО
ООРР	РОРР	ОРРР	РРРР

Задача 13Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможно $2^4 = 16$ элементарных исхода. Перечислим их:

ОООО	РООО	ОРОО	РРОО
ООРР	РОРР	ОРРР	РРРР
ООРО	РОРО	ОРРО	РРРО
ООРР	РОРР	ОРРР	РРРР

Для события «орёл выпадает ровно три раза» благоприятны 4 исхода из 16: ОООР, ООРО, ОРОО, РООО. Т.к. все исходы равновероятны, искомая вероятность: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

Задача 14 Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможно $2^4 = 16$ элементарных исхода. Перечислим их:

OOOO	POOO	OPOO	PPOO
OOOP	POOP	OPOP	PPOP
OOPO	POPO	OPPO	PPPO
OOPP	POPP	OPPP	PPPP

Для события «решка выпадает больше двух раз» благоприятны 5 исходов из 16: PPPO, POPP, PPOP, OPPP, PPPP. Т.к. все исходы равновероятны, искомая вероятность: $\frac{5}{16} = 0{,}3125$.

Тренировочная работа 4

Задача 1

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможных исходов — четыре: OO, OP, PO, PP. Благоприятным является один: PO. Т.к. все исходы равновероятны, искомая вероятность равна $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Задача 2

Среди чисел, которые могли выпасть на кубике, делителем 6 являются: $1, 2, 3, 6$. У нас 4 благоприятных исхода из 6 возможных. Т.к. все исходы равновероятны, то искомая вероятность: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Задача 3

Всего у куба 6 граней и лишь на одной из граней можно поставить холодильник так, что он будет храниться правильно. Тогда, если поставить холодильник на оставшиеся 5 граней, он будет храниться неправильно. Таким образом, у нас есть 5 благоприятных событий из 6 возможных. Так как все исходы равновероятны (коробку по условию кладут случайным образом), вероятность того, что холодильник поставлен неправильно: $\frac{5}{6}$.

Задача 4

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможны 4 различных события: OP, PO, PP, OO. Благоприятными являются 3 события: OP, PO, OO.

Задача 5

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. У нас есть восемь возможных исходов: OOO, OOP, OPO, OPP, POO, POP, PPO, PPP. Благоприятным является один исход: PPO. Т.к. все исходы разно вероятны, то искомая вероятность равна: $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

Задача 6

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Д — Дания, Ш — Швеция, Н — Норвегия): ...Д...Ш...Н..., ...Д...Н...Ш..., ...Ш...Н...Д..., ...Ш...Д...Н..., ...Н...Д...Ш..., ...Н...Ш...Д... . Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях: ...Ш...Н...Д..., ...Н...Ш...Д... .
У нас есть 2 благоприятных исхода из 6 возможных. Т.к. все исходы равновероятны (группы будут распределены случайным образом). Вероятность того, что Дания будет выступать после Швеции и Норвегии равна: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}33...$.

Задача 7

При бросании кубика два раза возможны $6 \cdot 6 = 36$ различных равновероятных исходов. Составим таблицу для возможных сумм:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Из таблицы видно, что у нас есть 5 благоприятных исходов из 36. Т.к. все исходы равновероятны, вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков, равна $\frac{5}{36} = 0{,}138.. \approx 0{,}14$.

Задача 8

будем считать, что дети приходят один за другим, тогда у нас возможны 8 различных прихода: МММ, ММД, МДМ, ДММ, МДД, ДМД, ДДМ, ДДД. Благоприятных порядков 3: МДД, ДМД, ДДМ. Т.к. все 8 порядков равновероятны, искомая вероятность $\frac{3}{8} = 0{,}375$.

Задача 9

Вариант 1:

Всего для команды «Стартер» возможны 8 различных исходов: $+++, ++-, +-+, -++, +--, -+-, --+, ---$ (где '+' – начинает игру, '−' – не начинает игру). Нам благоприятен только один исход: $+-+$. У нас один благоприятный исход из восьми. Т.к. все исходы равновероятны, искомая вероятность: $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

Вариант 2:

Требуется найти вероятность одновременного наступления трёх независимых событий:
1) «Стартер» начинает первую игру, вероятность этого $\frac{1}{2}$
2) «Стартер» не начинает вторую игру, вероятность этого $\frac{1}{2}$
3) «Стартер» начинает третью игру, вероятность этого $\frac{1}{2}$.
Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Таким образом вероятность равна: $0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}125$.

Задача 10

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможно $2^4 = 16$ элементарных исхода. Перечислим их:

OOOO	POOO	OPOO	PPOO
OOOP	POOP	OPOP	PPOP
OOPO	POPO	OPPO	PPPO
OOPP	POPP	OPPP	PPPP

Для события «решка выпадает больше раз чем орёл» благоприятны 5 исходов из 16: POPP, OPPP, PPOP, PPPO, PPPP. Т.к. все исходы равновероятны, искомая вероятность: $\frac{5}{16} = 0{,}3125$.

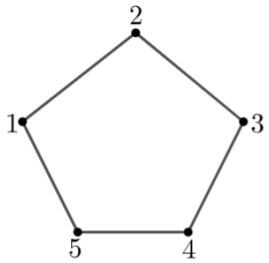
Задача 11

Пронумеруем углы платка цифрами от 1 до 4:

Второй игрок может выбрать два угла платка 6 возможными способами: $1-2$, $1-3$, $1-4$, $2-3$, $3-4$, $2-4$. Выигрышными для второго игрока являются два способа: $1-4$, $2-3$. у нас есть 2 благоприятных исхода из 6. Т.к. все исходы равновероятны, вероятность выиграть для второго игрока равна: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
Пояснение: $1-2$- это случай, когда мы выбираем вершину 1 и вершину 2.

Задача 12

Пронумеруем углы пятиугольника цифрами от 1 до 5:



Ученик может выбрать две вершины из пяти 10 возможными способами: $1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 2-3, 2-4, 2-5, 3-4, 3-5, 4-5$. Выигрышными для ученика являются 5 способов: $1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-1$. У нас 5 благоприятных исходов из 10. Т.к. все исходы равновероятны, вероятность выбрать две вершины, принадлежащие одной стороне равна: $\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Пояснение: $1-2$- это случай, когда мы выбираем вершину 1 и вершину 2.

Задача 13

При бросании кубика два раза возможны $6 \cdot 6 = 36$ различных равновероятных исходов. Составим таблицу для возможных сумм:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

В таблице выделены те случаи, которые удовлетворяют условию «сумма очков чётна». Значит событию благоприятствует 18 исходов.

Задача 14

Чтобы посчитать разность, мы из большего числа вычитаем меньшее число. Составим таблицу для возможных разностей:

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

В таблице выделены случаи благоприятные событию «разность выпавших очков меньше чем 2». У нас 16 благоприятных событий из 36. Т.к. все исходы равновероятны, искомая вероятность равна: $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.

Задача 15

Событие «произведение трёх чисел нечётно» происходит при одновременном наступлении трёх событий:
1) Последняя цифра нечётна, вероятность этого 0,5
2) Предпоследняя цифра нечётна, вероятность этого 0,5
3) Предпредпоследняя цифра нечётна, вероятность этого 0,5
Всего 10 цифр, нечетных среди них 5 штук. Поэтому вероятность, что в выбранном месте стоит нечётная цифра $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
Данные события независимы. Вероятность трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0.125$.

Тренировочная работа 5

Задача 1

Будем считать, что жребий выглядит так: каждый турист достанет из шапки бумажку, на которой будет написано идёт ли он в магазин или нет. Всего бумажек 24. Вытянув три из них, турист пойдёт в магазин. Турист A с равной вероятностью может вытянуть любую из 24 бумажек. Для туриста A существует три благоприятных исхода из 24 возможных. Значит вероятность того, что турист A пойдёт в магазин $\frac{3}{24} = 0{,}125$.

Задача 2

Первое место могут занять 20 различных спортсменов. Благоприятным исходом для нас является исход, когда на первом месте выступает спортсмен из России. Таким образом у нас 7 благоприятных исходов из 20 возможных. Т.к. все исходы разно вероятны, то вероятность тогда, что первым будет выступать прыгун из России, равна $\frac{7}{20}$.

Задача 3

Всего может быть 6 различных исходов: КСЗ, КЗС, СКЗ, СЗК, ЗКС, ЗСК (К – красное полотенце, С – синее, З – зелёное). Событию «полотенца висят не в том порядке, как раньше» благоприятствует 5 исходов из 6: КЗС, СКЗ, СЗК, ЗКС, ЗСК. Т.к. все исходы равновероятны, искомая вероятность равна $\frac{5}{6}$.

Задача 4

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Г — Голландия, И — Ирландия, Ш — Швеция):
...Г...И...Ш..., ...Г...Ш...И..., ...И...Ш...Г..., ...И...Г...Ш..., ...Ш...Г...И..., ...Ш...И...Г...
Голландия находится после Ирландии, но перед Швецией в одном случае: ...И...Г...Ш... . У нас есть 1 благоприятный исход из 6 возможных. Т.к. все исходы равновероятны (группы будут распределены случайным образом). Вероятность того, что Голландия будет выступать после Ирландии, но перед Швецией равна $\frac{1}{6}$.

Задача 5

Из 5000 новорожденных $5000 - 2512 = 2488$ девочек. Поэтому частота рождения девочек равна $\frac{2488}{5000} = 0{,}4976 \approx 0{,}498$.

Задача 6

В самолете $12 + 18 = 30$ мест удобны пассажиру В, а всего в самолете 300 мест. Поэтому для события «пассажиру В достанется удобное место» благоприятными являются 30 исходов из 300. Т.к. все исходы равновероятны, поэтому вероятность того, что пассажиру В достанется удобное место равна $\frac{30}{300} = 0{,}1$.

Задача 7

В среднем фабрика выпускает 100 качественных пиджаков из 109 возможных. Для события «случайно выбранный пиджак не имеет дефектов» у нас есть 100 благоприятных случаев из 109. Таким образом, вероятность того, что случайно выбранный пиджак не имеет дефектов: $\frac{100}{109}$.

Задача 8

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, $1000-5=995$ не подтекают. Для события «случайно выбранный для контроля насос не подтекает» у нас есть 995 благоприятных исходов из 1000 возможных. Все исходы равновероятны, значит, вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна $\frac{995}{1000}=0{,}995$.

Задача 9

В среднем фабрика выпускает 97 качественных сумок из 100 возможных. Для события «случайно выбранная сумка не имеет дефектов» у нас есть 97 благоприятных случаев из 100. Таким образом, вероятность того, что случайно выбранная сумка не имеет дефектов: $\frac{97}{100}=0{,}97$.

Задача 10

Всего двузначных чисел 90 от 10 до 99. У нас всего 99 однозначных и двухзначных чисел. 9 однозначных чисел. Значит двухзначных чисел $99-9=90$. Двузначных чисел, делящихся на пять – 18 штук: 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95. Для события «случайно выбранное двухзначное число делится на 5» благоприятными являются 18 исходов из 90. Все исходы равновероятны, поэтому вероятность : $\frac{18}{90}=0{,}2$.

Задача 11

В запасной аудитории олимпиаду пишут $252-120-120=12$ участников. Для события «случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории» благоприятны 12 мест, которые может занять участник из 252 возможных. Все исходы равновероятны, поэтому вероятность «писать олимпиаду в запасной аудитории» равна $\frac{12}{252}=\frac{1}{21}$.

Задача 12

Пусть Андрей уже оказался в какой-то группе, тогда в этой группе есть еще 12 мест, которые может занять Сергей. Общее число мест, которые может занять Сергей равно $26-1=25$ (так как Андрей уже занял одно место). Поэтому для события «Андрей и Сергей окажутся в одной группе» у нас есть 12 благоприятных исходов из 25 возможных. Все исходы равновероятны. Получаем значение искомой вероятности $\frac{12}{25}=0{,}48$.

Задача 13

Пусть Тоша уже оказался в какой-то группе, тогда в этой группе есть еще 6 мест, которые может занять Гоша. Общее число мест, которые может занять Гоша равно $21-1=20$ (так как Тоша уже занял одно место). Поэтому для события «Тоша и Гоша окажутся в одной группе» у нас есть 6 благоприятных исходов из 20 возможных. Все исходы равновероятны. Получаем значение искомой вероятности $\frac{6}{20}=0{,}3$.

Тренировочная работа 6

Задача 1

Будем считать, что жребий выглядит так: каждый турист достанет из шапки бумажку, на которой будет написано идёт ли он в магазин или нет. Всего бумажек 18. Вытянув две из них, турист пойдёт в магазин. Турист А с равной вероятностью может вытянуть любую из 18 бумажек. Для туриста А существует два благоприятных исхода из 18 возможных. Значит вероятность того, что турист А пойдёт в магазин $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$.

Задача 2

Машин желтого цвета с чёрными надписями $30 = 64 - 34$, всего машин 64. Для события «на случайный вызов приедет такси жёлтого цвета с чёрными надписями» у нас есть 30 благоприятных исходов из 64 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность равна: $\frac{30}{64} = 0{,}46875$.

Задача 3

Всего участвует $9 + 6 + 5 = 20$ спортсменов. Таким образом, выступать последними с одинаковой вероятностью могут 20 различных спортсменов. Из них нас устроит 9 спортсменов из Китая. Для события «спортсмен выступающий последним окажется из Китая» у нас есть 9 благоприятных исходов из 20 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что последним будет выступать спортсмен из Китая: $\frac{9}{20} = 0{,}45$.

Задача 4

Из 40000 новорожденных $40000 - 19833 = 20167$ мальчиков. Поэтому частота рождения мальчиков равна $\frac{20167}{40000} = 0{,}504175 \approx 0{,}504$.

Задача 5

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (B — Венгрия, C — Сербия, A — Австрия):
$...B...C...A...$, $...B...A...C...$, $...C...A...B...$, $...C...B...A...$, $...A...B...C...$, $...A...C...B...$
Венгрия находится после Сербии но перед Австрией в одном случае: $...C...B...A...$.
У нас есть 1 благоприятный исход из 6 возможных. Т.к. все исходы равновероятны (группы будут распределены случайным образом). Вероятность того, что Венгрия будет выступать после Сербии, но перед Австрией равна: $\frac{1}{6}$.

Задача 6

В вагоне 36 не боковых мест. Из них 18 мест верхние и 18 мест нижние. Для события «пассажиру Р достанется нижнее не боковое место» существует 18 благоприятных мест (исходов) из 54 возможных. Так как место определяется случайно, все исходы равновероятны. Тогда искомая вероятность $\frac{18}{54} = \frac{1}{3}$.

Задача 7

Найдем какое количество тарелок, которые поступили в продажу не имеют трещин, для этого от общего количества тарелок вычтем количество тарелок, которые имеют трещины: $1000 - 7 = 993$. Для события «случайно выбранная тарелка не имеет трещин» существует 993 благоприятных исходов из 1000 возможных. Все исходы равновероятны, поэтому вероятность того, что тарелка выбранная случайно не имеет трещин равна: $\frac{993}{1000} = 0{,}993$.

Задача 8

В среднем на 1000 зарядных устройств приходится $1000 - 28 = 972$ исправных зарядных устройств. Для события «случайно выбранное устройство исправно» существует 972 благоприятных исходов из 1000 возможных. Все исходы равновероятны. Тогда искомая вероятность $\frac{972}{1000} = 0{,}972$.

Задача 9

В среднем фабрика выпускает 100 качественных сумок из 103. Для события «случайно выбранная сумка не имеет дефектов» у нас есть 100 благоприятных случаев из 103. Таким образом, вероятность того, что случайно выбранная сумка не имеет дефектов: $\frac{100}{103}$.

Задача 10

Всего грамот $400 + 400 + 217 = 1017$. Для события «грамота участника Б. находится в первой или во второй коробке» у нас есть 800 благоприятных исхода из 1017 возможных. Все исходы равновероятны. Тогда вероятность, что грамота участника в третьей коробке $\frac{800}{1017}$.

Задача 11

Ивану Ивановичу может достаться $1000 - 1 = 999$, (так как номер 000 не разрешен) различных комбинаций из трёх цифр. Для события «все три цифры в новом номере будут одинаковы» благоприятны 9 комбинаций из 999: 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999. Все исходы равновероятны. Тогда вероятность равна $\frac{9}{999} = \frac{1}{111}$.

Задача 12

Пусть Наташа уже оказалась в какой-то группе. В другой группе есть 14 мест, которые может занять Владик. Общее число мест, которые может занять Владик равно $28-1 = 27$ (так как Наташа уже заняла одно место). Поэтому для события «Наташа и Владик окажутся в разных группах» у нас есть 14 благоприятных исходов из 27 возможных. Все исходы равновероятны. Получаем значение искомой вероятности $\frac{14}{27}$.

Задача 13

У нас всего 999 однозначных, двухзначных, трёхзначных чисел. Из них 9 однозначных, $99 - 9 = 90$ двухзначных чисел. А значит, $999 - 90 - 9 = 900$ трёхзначных чисел. Таким образом, у нас 900 трёхзначных чисел. Теперь найдём количество трёхзначных чисел, которые делятся на 4. Среди чисел от 1 до 1000 на 4 делится 250 чисел. Среди них 25 чисел не являются трёхзначными: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 1000. Таким образом у нас $250 - 25 = 225$ трёхзначных чисел, которые делятся на 4. Для события «случайно выбранное трёхзначное число делится на 4» благоприятных исходов 225 из 900 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому искомая вероятность: $\frac{225}{900} = 0{,}25$.

Тренировочная работа 7

Задача 1

Будем считать, что жребий выглядит так: каждый турист достанет из шапки бумажку, на которой будет написано полетит ли он первым рейсом вертолёта или нет. Всего бумажек 30. Вытянув шесть из них, турист пойдёт в магазин. Турист A с равной вероятностью может вытянуть любую из 30 бумажек. Для туриста A существует шесть благоприятных исхода из 30 возможных. Значит вероятность того, что турист A пойдёт в магазин $\frac{6}{30} = 0{,}2$.

Задача 2

Всего участвует $9 + 7 + 8 + 6 = 30$ спортсменов. Таким образом, выступать вторым с одинаковой вероятностью могут 30 различных спортсменов. Из них нас устроит 9 спортсменов из Франции. Для события «спортсмен выступающий вторым окажется из Франции» у нас есть 9 благоприятных исходов из 30 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что последним будет выступать спортсмен из Китая: $\frac{9}{30} = 0{,}3$.

Примечание: из этого решения видно, что вероятность выступать вторым, такая же как выступать первым, последним или любым другим по счёту.

Задача 3

Всего участвует $4 + 7 + 9 = 20$ спортсменов. Таким образом, выступать последними с одинаковой вероятностью могут 20 различных спортсменов. Из них нас устроит 4 спортсменов из Финляндии. Для события «спортсмен выступающий последним окажется из Финляндии» у нас есть 4 благоприятных исходов из 20 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что последним будет выступать спортсмен из Китая: $\frac{4}{20} = 0{,}2$.

Примечание: из этого решения видно, что вероятность выступать последним, такая же как выступать первым, вторым или любым другим по счёту.

Задача 4

Найдем какое количество ручек, которые поступили в продажу пишут хорошо, для этого от общего количества ручек отнимем количество ручек что пишут плохо: $1000 - 15 = 985$. Для события «случайно выбранная ручка пишет хорошо» существует 985 благоприятных исходов из 1000 возможных. Все исходы равновероятны, поэтому вероятность того, что ручка выбранная случайно пишет хорошо равна: $\frac{985}{1000} = 0{,}985$.

Задача 5

В самолете $54 + 6 = 60$ мест удобны пассажиру И. Всего в самолете $60 + 120 = 180$ мест. Для события «пассажиру И. достанется удобное место» существует 60 благоприятных исходов из 180 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что пассажиру И. достанется удобное место равна $\frac{60}{180} = \frac{1}{3}$.

Задача 6

В среднем фабрика выпускает 100 качественных шляпок из 108. Для события «случайно выбранная шляпа не имеет дефектов» у нас есть 100 благоприятных исходы из 108. Все исходы равновероятны. Таким образом, вероятность того, что случайно выбранная шляпа не имеет дефектов: $\frac{100}{108}$.

Задача 7

Всего исправных аккумуляторов $1500 - 6 = 1494$. Для события «один случайно выбранный при покупке аккумулятор исправлен» существует 1494 благоприятных исхода из 1500 возможных. Все исходы равновероятны. Тогда искомая вероятность равна: $\frac{1494}{1500} = 0,996$.

Задача 8

В среднем на 1000 зарядных устройств приходится $1000 - 34 = 966$ исправных зарядных устройств. Для события «случайно выбранное устройство исправно» существует 966 благоприятных исходов из 1000 возможных. Все исходы равновероятны. Тогда искомая вероятность $\frac{966}{1000} = 0{,}966$.

Задача 9

В третий день запланировано $20 - 6 - 6 = 8$ выступлений. Тогда в первый и третий день запланировано $6 + 8 = 14$ выступлений из 20. Тогда для события «выступление мастера из России запланировано в первый или третий день» соответствуют 14 благоприятных исходов из 20 возможных. Тогда искомая вероятность равна: $\frac{14}{20} = 0{,}7$.

Задача 10

Всего грамот в третьей коробке $953 - 2 \cdot 400 = 153$. Для события «грамота участника Б. находится в третьей коробке» у нас есть 153 благоприятных исхода из 953 возможных. Все исходы равновероятны. Тогда вероятность, что грамота участника в третьей коробке $\frac{153}{953}$.

Задача 11

Ивану Петровичу может достаться $1000 - 1 = 999$, (так как номер 000 не разрешен) различных комбинаций из трёх цифр. Для события «случайно выбранный новый номер будет записан теми же тремя цифрами» благоприятны 6 комбинаций из 999: 769, 796, 967, 976, 697, 679. У нас 6 благоприятных исходов из 999 возможных. Тогда вероятность равна $\frac{6}{999} = \frac{2}{333}$.

Задача 12

Пусть Даша уже оказалась в какой-то группе. Тогда в двух других группах есть 14 мест, которые может занять Маша. Общее число мест, которые может занять Маша равно $21 - 1 = 20$ (так как Даша уже заняла одно место). Поэтому для события «Маша и Даша окажутся в разных группах» у нас есть 14 благоприятных исходов из 20 возможных. Все исходы равновероятны. Получаем значение искомой вероятности $\frac{14}{20} = 0{,}7$.

Задача 13

Всего возможных случаев выбора $9 \cdot 9 = 81$. На 4 делится сумма в 20 случаях:
когда сумма равна 4: $2 + 2$, $1 + 3$ или $3 + 1$;
когда сумма равна 8: $4 + 4$, $1 + 7$ или $7 + 1$, $2 + 6$ или $6 + 2$, $3 + 5$ или $5 + 3$;
когда сумма равна 12: $6 + 6$, $3 + 9$ или $9 + 3$, $4 + 8$ или $8 + 4$, $5 + 7$ или $7 + 5$;
когда сумма равна 16: $8 + 8$, $7 + 9$ или $9 + 7$.
Для события «сумма делится на 4» у нас есть 20 благоприятных исходов из 81 возможных. Все исходы равновероятны. Тогда искомая вероятность $\frac{20}{81}$.

Задача 14

Вариант 1:

У нас всего 999 однозначных, двухзначных, трёхзначных чисел. Из них 9 однозначных, $99 - 9 = 90$ двухзначных чисел. *А* значит, $999 - 90 - 9 = 900$ трёхзначных чисел. Таким образом, у нас 900 трёхзначных чисел. Теперь найдём количество трёхзначных чисел, которые делятся на 8. Среди чисел от 1 до 1000 на 8 делится 125 чисел. Среди них 13 чисел не являются трёхзначными: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 1000. Таким образом у нас $125 - 13 = 112$ трёхзначных чисел, которые делятся на 8. Для события «случайно выбранное трёхзначное число делится на 8» благоприятных исходов 112 из 900 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому искомая вероятность: $\frac{112}{900} = \frac{28}{225}$.

Вариант 2:

Небольшое наблюдение: найдём количество чисел от 10 до 19. Интуитивно хочется ответить, что чисел $19 - 10 = 9$. Но попробуем посчитать это руками: $10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19$. Этих чисел 10. И чтобы правильно посчитать их количество, нужно из последнего числа вычесть первое и добавить единицу $(19 - 10 + 1 = 10)$.

Все множество трехзначных чисел начинается со 100 и заканчивается 999. Всего трёхзначных чисел 900 $(999 - 100 + 1)$. Таким образом, у нас 900 возможных исходов. Посчитаем количество благоприятных исходов. Первое трёхзначное число, которое делится на 8 это число 104, второе число 112, третье число 120 и т.д. Поэтому можем заметить, что на 8 делится каждое восьмое число. Последнее трёхзначное число, которое делится на 8 это число 992.

Найдём количество трёхзначных чисел, которые делятся на 8. Это можно сделать просто выписав все эти числа, но это требует времени. Можно заметить, что трёхзначные числа, делящиеся на 8 образуют арифметическую прогрессию. Первый член этой прогрессии $a_1 = 104$, а последний член этой прогрессии $a_n = 992$. Разность этой прогрессии $d = 8$. По формуле n-го члена арифметической прогрессии $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$. Подставляем числа и находим n $(992 = 104 + 8 \cdot (n - 1) \Leftrightarrow 992 = 8n + 96 \Leftrightarrow 896 = 8n \Leftrightarrow n = 112)$. Таким образом у нас 112 чисел делящихся на 8.

Тот же самый результат можно получить, если заметить, что $104 = 13 \cdot 8$, а $992 = 124 \cdot 8$. Тогда количество трёхзначных чисел, делящихся на 8 можно найти как $124 - 13 + 1 = 112$. Всего исходов 900, благоприятных из них 112. Тогда вероятность равна: $\frac{112}{900} = \frac{28}{225}$.

Вариант 3:

Заметим, что 1000 делится на 8 и при делении получается 125. Таким образом, от 1 до 1000 будут делиться на 8 ровно 125 чисел. Поскольку 1000 – не трехзначное число, его надо исключить из рассмотрения, то есть среди чисел от 1 до 999 на 8 будут делиться 124. Последнее двузначное число, которое делится на 8, это число 96, причем результатом деления этого числа на 8 будет 12. То есть среди чисел от 1 до 99 у нас ровно 12 делится на 8. Значит, среди чисел от 100 до 999 на 8 будут делиться $124 - 12 = 112$. Всего имеется 900 трехзначных чисел, значит искомая вероятность $\frac{112}{900} = \frac{28}{225}$.

Тренировочная работа 8

Задача 1

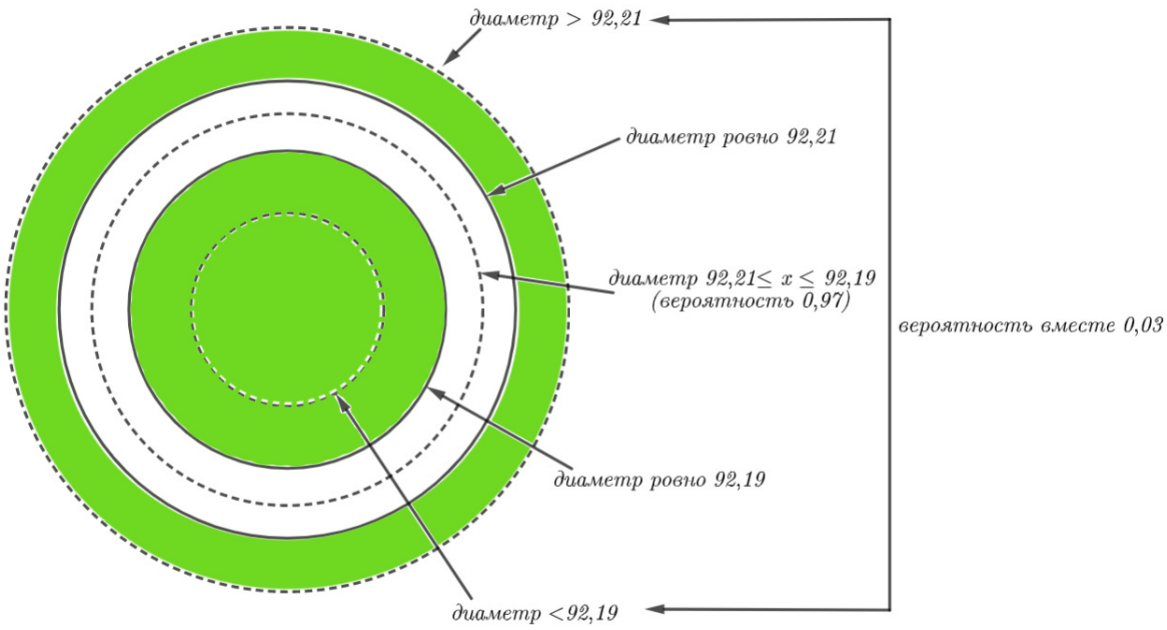
Вероятность того, что авторучка исправна, равна $1 - 0{,}9 = 0{,}1$. У нас есть 2 события: событие A – «первая выбранная ручка исправна», событие B – «вторая выбранная ручка исправна». Это два независимых события. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$.

Задача 2

Вычислим частоту события «гарантийный ремонт» в этом городе, поделив кол-во поступивших проигрывателей на общее число проданных проигрывателей: $\frac{51}{1000} = 0{,}051$. Вычитая из полученной частоты вероятность гарантийного ремонта, получим ответ: $0{,}051 - 0{,}045 = 0{,}006$.

Задача 3

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965. Искомая вероятность – это вероятность противоположного события. Она равна $1 - 0{,}965 = 0{,}035$.



Задача 4

С вероятностью 1 можно сказать, что «температура тела здорового человека ниже чем $37°C$» или «температура тела здорового человека равна $37°C$ или выше». Из условия известно, что вероятность события «температура тела здорового человека ниже чем $37°C$» – 0,81. Искомая вероятность – вероятность противоположных событий. Она равна $1 - 0{,}81 = 0{,}19$.

Задача 5

Посчитаем процент щитов первого сорта: $100 - 31 - 5 = 64$. Тогда искомая вероятность $\frac{64}{100} = 0{,}64$.

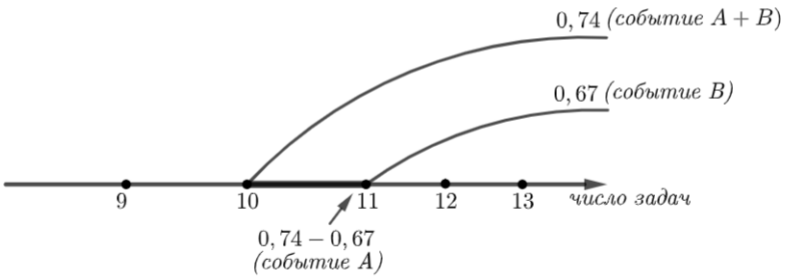
Задача 6:

Вариант 1:

Рассмотрим события $A =$ «учащийся решит 11 задач» и $B =$ «учащийся решит больше 11 задач». Тогда объединение событий $A+B =$ «учащийся решит больше 10 задач». События A и B не могут наступить одновременно (действительно, нельзя решить одновременно ровно 11 задач и больше 11 задач), поэтому вероятность наступления одного из двух этих событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$. Тогда, используя данные задачи, получаем:

$0{,}74 = P(A) + 0{,}67$, откуда $P(A) = 0{,}74 - 0{,}67 = 0{,}07$.

Это можно проиллюстрировать на координатной прямой для числа задач. Построим координатную прямую, на которой отметим число решённых задач и их вероятность. Нам нужно пересечение этих событий, поэтому, вычитая из большего меньшее получаем искомую вероятность: $0{,}74 - 0{,}67 = 0{,}07$



Вариант 2:

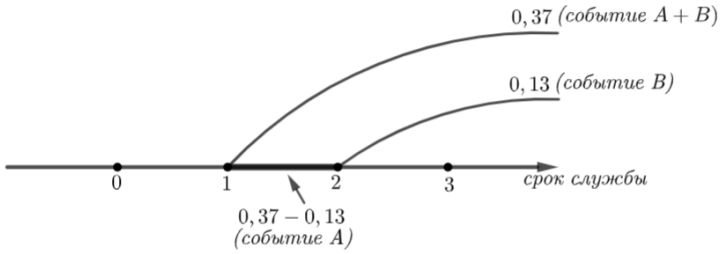
Можно считать, что в среднем в 74% случаев учащийся О решает больше 10 задач. Можно считать, что в среднем в 67% случаев учащийся О решает больше 11 задач. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «учащийся О решит ровно 11 задач» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $74\% - 67\% = 7\%$ случаев. Значит вероятность события «учащийся О решит ровно 11 задач» 0,07.

Задача 7:

Вариант 1:

Пусть $A =$ «фен прослужит больше года, но меньше двух лет», $B =$ «фен прослужит больше двух лет», тогда $A + B =$ «фен прослужит больше года». События A и B несовместные, вероятность их одновременного наступления равна сумме вероятностей этих событий. Тогда: $P(A + B) = P(A) + P(B)$, откуда, используя данные из условия, получаем $0{,}37 = P(A) + 0{,}13$. Тем самым, для искомой вероятности имеем: $P(A) = 0{,}37 - 0{,}13 = 0{,}24$.

Это решение можно проиллюстрировать на координатной прямой для срока службы. Построим координатную прямую, на которой отметим вероятности событий и сами события: «фен прослужит больше двух лет» и «фен прослужит больше года». Пересечение этих событий – искомое событие. Его вероятность равна: $0{,}37 - 0{,}13 = 0{,}24$.



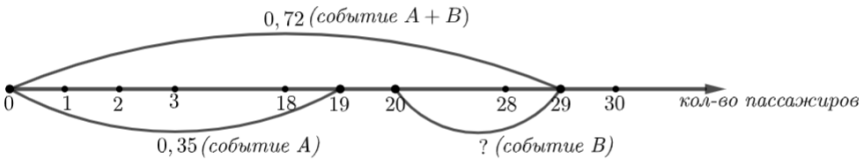
Вариант 2:

Можно считать, что в среднем в 37% фенов служит больше года. Можно считать, что в среднем в 13% фенов служат больше двух лет. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «фен прослужит больше 1 года, но меньше 2 лет» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $37\% - 13\% = 24\%$ случаев. Значит вероятность события «фен прослужит больше 1 года, но меньше 2 лет» 0,24.

Задача 8:

Вариант 1:

Пусть событие A состоит в том, что «в автобусе окажется от 0 до 19 пассажиров». По условию вероятность события A равняется 0,35. Событие B – «в автобусе окажется от 20 до 29 пассажиров». Тогда событие $A + B$ – «в автобусе окажется от 0 до 29 пассажиров». По условию вероятность события $A+B$ равняется 0,72. События A и B не могут наступить одновременно (не совместно). Поэтому вероятность события $P(A + B) = P(A) + P(B)$. Подставляя известные из условия значения вероятности получаем: $0{,}72 = 0{,}35 + P(B)$. Тогда искомая вероятность равна: $P(B) = 0{,}72 - 0{,}35 = 0{,}37$.



Вариант 2:

Можно считать, что в среднем в 72% случаев в автобусе оказывается от 0 до 29 пассажиров. Можно считать, что в среднем в 35% случаев в автобусе оказывается от 0 до 19 пассажиров. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «в автобусе окажется от 20 до 29 пассажиров» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $72\% - 35\% = 37\%$ случаев. Значит вероятность события «в автобусе окажется от 20 до 29 пассажиров» 0,37.

Задача 9

Утром для наших автоматов есть 4 возможности: ИИ, ИН, НИ, НН (И – автомат исправлен, Н – автомат не исправлен). Нас устраивают первые три события: ИИ, ИН, НИ. Для вычисления вероятности наступления хотя бы одного из трёх данных событий у нас есть два варианта. Рассмотрим их.

Вариант 1:

С вероятностью 1 можно сказать, что наступает одно из двух событий: событие A – «хотя бы один автомат исправен», событие B – «оба автомата неисправны». Найдем вероятность события «оба автомата неисправны». Это событие наступает при одновременном наступлении двух независимых событий: событие A – «первый автомат неисправен», событие B – «второй автомат неисправен». Вероятность одновременного наступления двух этих событий, равна произведению вероятностей этих событий. Таким образом, вероятность того, что оба автомата неисправны равна: $0{,}13 \cdot 0{,}13 = 0{,}0169$. Событие, состоящее в том, что исправен хотя бы один автомат, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0{,}0169 = 0{,}9831$.

Вариант 2:

Посчитаем сумму вероятностей трёх устраивающих нас событий. Рассмотрим первое событие – ИИ. Это событие наступает при одновременном наступлении двух независимых событий: события A – «первый автомат исправен» (вероятность наступления этого события $1 - 0{,}13 = 0{,}87$) и события B – «второй автомат исправен» (вероятность наступления этого события $1 - 0{,}13 = 0{,}87$). Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Тогда вероятность наступления события ИИ равна: $0{,}87 \cdot 0{,}87$. Аналогично вероятность наступления ИН равна: $0{,}87 \cdot 0{,}13$. Аналогично вероятность наступления НИ равна: $0{,}13 \cdot 0{,}87$. События: НИ, ИН и ИИ – не могут наступить одновременно (не совместно), Поэтому вероятность наступления одного из данных событий, равна сумме вероятностей этих событий. Тогда искомая вероятность равна: $0{,}87 \cdot 0{,}87 + 0{,}87 \cdot 0{,}13 + 0{,}13 \cdot 0{,}87 = 0{,}9831$.

Задача 10:

Вариант 1:

Найдем вероятность противоположного события, состоящего в том, что цель не будет уничтожена за n выстрелов. Вероятность промахнуться при каждом выстреле равна $1 - 0{,}8 = 0{,}2$. Промах при одном конкретном выстреле – отдельное событие. Этих событий n штук. Все события наступают с вероятностью 0,2. Все события независимые. Вероятность, одновременного наступления n независимых событий, равна произведению вероятности этих событий. Поэтому вероятность промахнуться при n выстрелах равна: $0{,}2^n$.

Нам надо, чтобы эта вероятность была меньше 0,01. Тогда вероятность попасть будет больше, чем $1 - 0{,}01 = 0{,}99$. Осталось найти наименьшее натуральное n, являющееся решением неравенства: $0{,}2^n < 0{,}01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^n < \frac{1}{100}$.

Последовательно проверяя значения n, равные 1, 2, 3 и т. д.:

n=1 $\left(\frac{1}{5}\right)^1 < \frac{1}{100} \Leftrightarrow \frac{1}{5}1 < \frac{1}{100}$ – неверно

n=2 $\left(\frac{1}{5}\right)^2 < \frac{1}{100} \Leftrightarrow \frac{1}{25} < \frac{1}{100}$ – неверно

n=3 $\left(\frac{1}{5}\right)^3 < \frac{1}{100} \Leftrightarrow \frac{1}{125} < \frac{1}{100}$ – верно

находим, что искомым решением является n=3. Следовательно, необходимо сделать 3 выстрела.

Вариант 2:

Вероятность, что мы поразим мишень, затратив 1 выстрел равна 0,8. Вероятность, что мы поразим мишень, затратив ровно 2 выстрела равна: $0{,}2 \cdot 0{,}8$ (Нам нужно промахнуться 1 выстрелом. Вероятность этого $1 - 0{,}8 = 0{,}2$ и попасть вторым. Вероятность того, что это произойдёт одновременно, равна произведению вероятности этих событий.). Вероятность поразить мишень затратив ровно 3 выстрела равна: $0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8$ (нам надо промахнуться 1 и 2 выстрелами и попасть 3). Вероятность поразить мишень 4 выстрелом равна: $0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8$ (нам надо промахнуться 1, 2 и 3 выстрелами и попасть 4). И т.д.

Тогда вероятность того, что для поражения мишени нам хватит одного выстрела равна 0,8.

Вероятность того, что нам хватит одного или двух выстрелов равна: $0{,}8 + 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96$.

Вероятность того, что нам хватит одного, двух или трёх выстрелов равна:

$0{,}8 + 0{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}992$.

Считаем всё до тех пор, пока не будет больше или равно чем 0,99. При 3 выстреле сумма вероятностей будет больше 0,99. Поэтому для уничтожения цели с вероятностью больше или равно 0,99, нам хватит 3 выстрелов.

Задача 11

Найдем вероятность попадания при одном выстреле $1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Событие «поражены все пять мишеней» получается при одновременном наступлении пяти одновременных событий (первым выстрелом поражена первая мишень, вторым выстрелом поражена вторая мишень и т.д.). Вероятность одновременного наступления пяти независимых событий, равна произведению вероятностей этих пяти событий. Таким образом, искомая вероятность: $0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}8^5 = 0{,}32768 \approx 0{,}33$.

Задача 12

Вероятность того, что на кубике при одном бросании не выпадет шестёрка – $5/6$. Событие «не выпадут шестёрки на четырёх кубиках» получается при одновременном наступлении четырёх событий (на первом кубике не выпала 6, на втором кубике не выпала 6 и т.д.). Вероятность одновременного наступления четырёх независимых событий равна произведению вероятностей этих четырёх событий: $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$.

Задача 13

Событие A – «гроссмейстер выиграет первую партию», событие B – «гроссмейстер выиграет вторую партию». Эти события независимы. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий A и B равна произведению вероятности этих событий: $0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$.

Задача 14:

Вариант 1:

Абитуриент А поступит хотя бы на одну из двух специальностей в трёх возможных случаях:

1)абитуриент А поступит на «Международное право», но не поступит на «Социологию»;

2)абитуриент А поступит на «Социологию», но не поступит на «Международное право»;

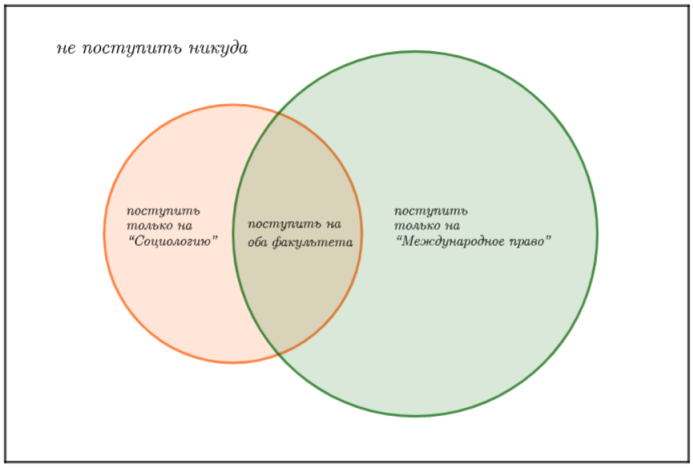
3) абитуриент А поступит и на социологию, и на «Международное право».

Вероятность события того, что абитуриент А не поступит на «Социологию», но поступит на «Международное право». Это событие наступает при одновременном наступлении четырёх событий: абитуриент А получит не менее 60 баллов по математике, вероятность этого 0,8; не менее 60 баллов по русскому языку, вероятность этого 0,9; не менее 60 баллов по иностранному языку, вероятность этого 0,8 и менее 60 баллов по обществознанию, вероятность этого $1 - 0{,}9 = 0{,}1$. Эти 4 события независимы. Вероятность одновременного наступления четырёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Тогда: $0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}1 = 0{,}0576$.

Аналогично найдём вероятность события: абитуриент А поступит на «Социологию», но не поступит на «Международное право». Вероятность этого: $0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}2 = 0{,}1296$.

Аналогично найдём вероятность события: абитуриент А поступит и на «Социологию», и на «Международное право». Вероятность этого: $0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}5184$.
Т.к. эти события не могут наступить одновременно (не совместно), то вероятность наступления хотя бы одного из этих событий, есть суммарная вероятность всех этих событий: $0{,}0576 + 0{,}1296 + 0{,}5184 = 0{,}7056$.

Вариант 2:



Событие C (маленький круг) – абитуриент поступит на «Международное право». Для этого он должен набрать на ЕГЭ не менее 60 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и иностранный язык. Вероятность этого события находится как произведение вероятностей трёх независимых событий:
1) абитуриент А получит не менее 60 баллов по математике;
2) абитуриент А получит не менее 60 баллов по русскому языку;
3) абитуриент А получит не менее 60 баллов по иностранному языку.
Поэтому $P(C) = 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}8 = 0{,}576$ – вероятность, что поступит на «Международное право». При этом он мог как поступить на «Социологию», так и не поступить.
Событие B (большой круг) – абитуриент поступит на «Социологию». Для этого он должен набрать на ЕГЭ не менее 60 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и обществознание. Вероятность этого события находится как произведение вероятностей трёх независимых событий:
1) абитуриент А получит не менее 60 баллов по математике;
2) абитуриент А получит не менее 60 баллов по русскому языку;
3) абитуриент А получит не менее 60 баллов по обществознанию.

Поэтому $P(C) = 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}648$ – вероятность, что поступит на «Социологию». При этом он мог как поступить на «Международное право», так и не поступить.
События C и B совместные, то есть могут наступить одновременно. Это происходит, если абитуриент поступает одновременно и на «Социологию» и на «Международное право», то есть сдаёт все экзамены выше 60 баллов. Тогда вероятность события $C \cap B$, что «абитуриент поступит сразу в оба места» находится как произведение вероятностей четырёх независимых событий: абитуриент получит не менее 60 баллов по математике, по русскому языку, по иностранному языку и по обществознанию. $P(C \cap B) = 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}5184$ – вероятность, что поступит в два места.
Если мы сложим вероятности событий C и B, то мы посчитаем вероятность их пересечения дважды. Поэтому вычтем пересечение один раз и так мы найдем искомую вероятность.
Искомая вероятность: $P(C+B) = P(C)+P(B)-P(C \cap B) = 0{,}576+0{,}648-0{,}5184 = 0{,}7056$.

Тренировочная работа 9

Задача 1

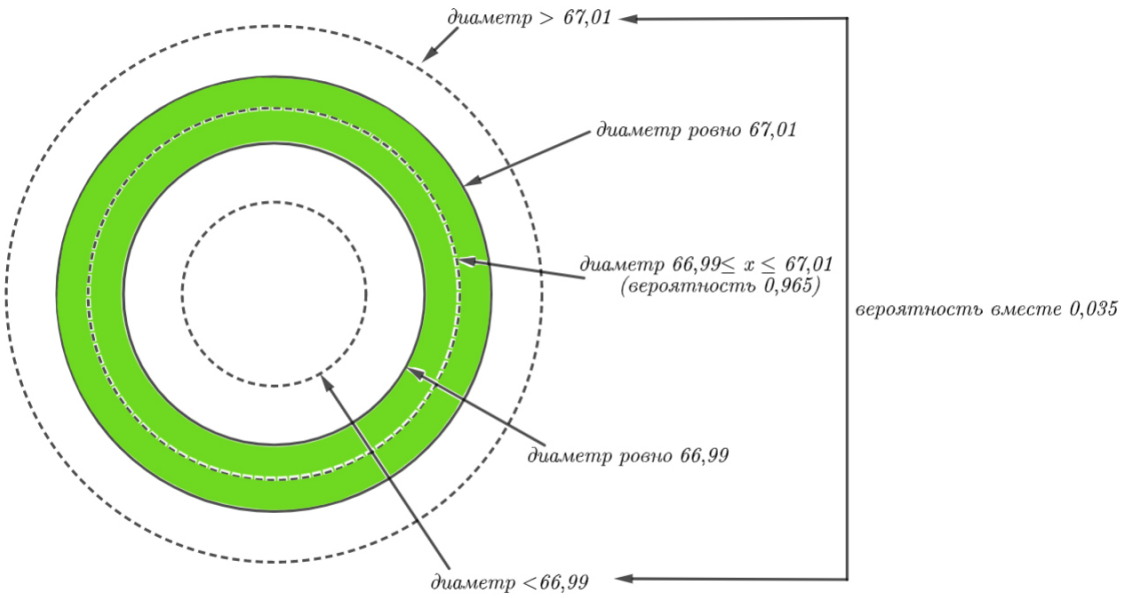
Вероятность того, что батарейка исправна, равна $1 - 0{,}05 = 0{,}95$. Событие – «обе батарейки исправны», наступаем при одновременном наступлении двух событий: событие A – «первая батарейка исправна», событие B – «вторая батарейка исправна». События A и B – независимы. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий, тогда вероятность, что обе батарейки исправны $0{,}95 \cdot 0{,}95 = 0{,}9025$.

Задача 2

Вычислим частоту события «гарантийный ремонт» в этом городе поделив кол-во поступивших компьютеров на общее количество проданных компьютеров: $\frac{28}{500} = 0{,}056$. Вычитаем из полученной частоты вероятность гарантийного ремонта, получим ответ: $0{,}056 - 0{,}05 = 0{,}006$.

Задача 3

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 45,49 до 45,51 мм с вероятностью 0,98. Искомая вероятность – это вероятность противоположного события. Она равна $1 - 0{,}98 = 0{,}02$.



Задача 4

С вероятностью равной 1 можно сказать, что выполнено одно из двух событий: событие A – «объём бутылки либо лежит в пределах от 1,45 до 1,55 л», событие B – «объём бутылки не лежит в пределах от 1,45 до 1,55 л». Из условия известно, что «объём бутылки в воде не лежит в пределах от 1,45 до 1,55 л» равна 0,02. Искомая вероятность – вероятность противоположных событий. Она равна $1 - 0{,}02 = 0{,}98$.

Задача 5:

Вариант 1:

Событие A – «выбранная тарелка качественная», событие B – «тарелка приехала в магазин». Нас просят найти вероятность события A при условии B $(A|B)$. По определению

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. Событие $A \cap B$ заключается в том, что тарелка качественная, и она поехала в магазин. Т.к. все качественные тарелки поехали в магазин, вероятность события $P(A \cap B) = 0{,}9$. Найдём вероятность того, что тарелка поехала в магазин. Тарелка поехала в магазин в двух случаях: если она качественная или если она с дефектом, но её не нашли на контроле качества. Вероятность, что тарелка качественная 0,9. Чтобы тарелка была с дефектом и её не нашли, одновременно должны произойти два независимых события: события A – «выбранная тарелка с дефектом» (вероятность 0,1), событие B – «тарелка с дефектом не найдена на контроле с качеством» (вероятность 0,2). Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий.

Отсюда $P(B) = 0{,}9 + 0{,}02 = 0{,}92$.

Таким образом искомая вероятность: $\frac{0{,}9}{0{,}92} = \frac{90}{92} = \frac{45}{46}$.

Вариант 2:

Пусть количество произведённых на заводе тарелок 1000. Из них в среднем 900 качественных и 100 дефектных. На контроле качества в среднем найдут $100 \cdot 0{,}8 = 80$ дефектных тарелок. Тогда в среднем $100 - 80 = 20$ дефектных тарелок не найдут, а значит они поедут в магазин. В продажу поступят в среднем 920 тарелок из них 900 без дефектов и 20 дефектных. Поскольку качественных из них в среднем 900, то искомая вероятность $\frac{900}{920} = \frac{90}{92} = \frac{45}{46}$.

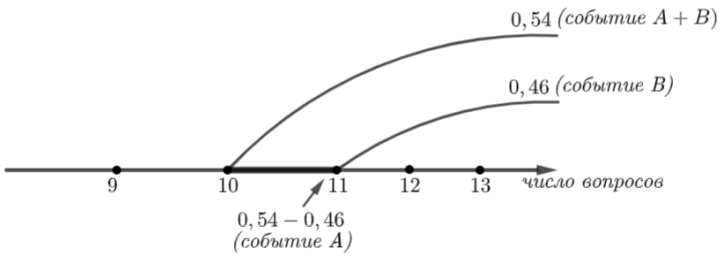
Задача 6:

Вариант 1:

Рассмотрим события A = «учащийся ответит на 11 вопросов» и B = «учащийся ответит больше чем на 11 вопросов». Тогда объединение событий $A + B$ = «учащийся ответит больше чем на 10 вопросов». События A и B не могут наступить одновременно (действительно, нельзя ответить одновременно ровно на 11 вопросов и на больше 11 вопросов), поэтому вероятность наступления хотя бы одного из этих событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$. Тогда, используя данные задачи, получаем:

$0{,}54 = P(A) + 0{,}46$, откуда $P(A) = 0{,}54 - 0{,}46 = 0{,}08$.

Это можно проиллюстрировать на координатной прямой для числа задач. Построим координатную прямую, на которой отметим число вопросов, на которые ученик М дал ответ и их вероятность. Нам нужно пересечение этих событий, поэтому, вычитая из большего меньшее получаем искомую вероятность: $0{,}54 - 0{,}46 = 0{,}08$.



Вариант 2:

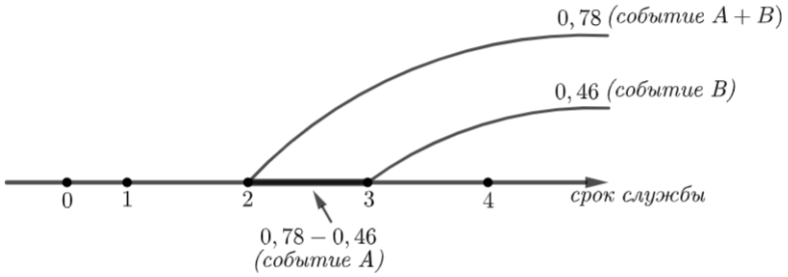
Можно считать, что в среднем в 54% случаев учащийся М ответит больше чем на 10 вопросов. Можно считать, что в среднем в 46% случаев учащийся М решает больше чем на 11 вопросов. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «учащийся М ответит ровно на 11 вопросов» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $54\% - 46\% = 8\%$ случаев. Значит вероятность события «учащийся М ответит ровно на 11 вопросов» 0,08.

Задача 7:

Вариант 1:

Пусть A = «миксер прослужит больше двух лет, но меньше трёх лет», B = «миксер прослужит больше трёх лет», тогда $A + B$ = «миксер прослужит больше двух лет». События A и B не могут наступить одновременно (не совместно), поэтому вероятность хотя бы одного из этих событий, равна сумме вероятностей этих событий. Тогда: $P(A + B) = P(A) + P(B)$, откуда, используя данные из условия, получаем $0{,}78 = P(A) + 0{,}46$. Тем самым, для искомой вероятности имеем: $P(A) = 0{,}78\text{-}0{,}46 = 0{,}32$.

Это решение можно проиллюстрировать на координатной прямой для срока службы. Построим координатную прямую, на которой отметим вероятность событий и сами события: «миксер прослужит больше трёх лет» и «миксер прослужит больше двух лет». Пересечение этих событий – искомое событие. Его вероятность равна: $0{,}78 - 0{,}46 = 0{,}32$.



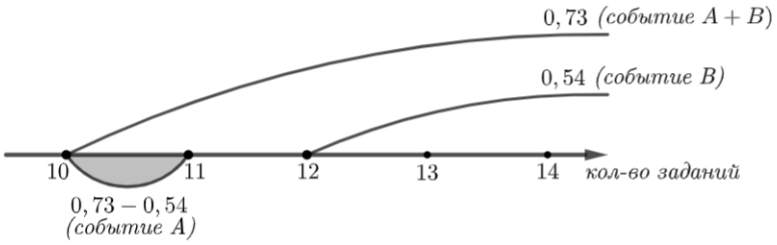
Вариант 2:

Можно считать, что в среднем в 78% миксеров служит больше двух лет. Можно считать, что в среднем в 46% миксеров служат больше трёх лет. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «миксер прослужит больше 2 лет, но меньше 3 лет» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $78\% - 46\% = 32\%$ случаев. Значит вероятность события «миксер прослужит больше 2 лет, но меньше 3 лет» 0,32.

Задача 8:

Вариант 1:

Событие A – «ученик решит верно 10 или 11 заданий». Событие B – «ученик решит верно 12 и более заданий». Заметим, что события A и B не могут наступить одновременно (не совместны). Событие $A + B$ – ученик решит верно 10, 11, 12 и более заданий. По условию $P(A + B) = 0{,}73$; $P(B) = 0{,}54$. Т.к. события A и B не могут наступить одновременно, $P(A) + P(B) = P(A + B)$. Учитывая условия: $P(A) + 0{,}54 = 0{,}73$. Отсюда $P(A) = 0{,}73 - 0{,}54 = 0{,}19$



Вариант 2:

Можно считать, что в среднем в 73% случаев ученик решит верно 10, 11, 12 и более заданий. Можно считать, что в среднем в 54% случаев ученик решит верно 12 и более заданий. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «ученик решит верно 10 или 11 заданий» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $73\% - 54\% = 19\%$ случаев. Значит вероятность события «ученик решит верно 10 или 11 заданий» 0,19.

Задача 9

Событие A: «все три продавца заняты одновременно» наступает при одновременном наступлении трёх событий: событие A – «первый продавец занят», событие B – «второй продавец занят», событие C – «третий продавец занят». Вероятность каждого из событий A, B, C равно 0,3 и все они независимые. Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}3^3 = 0{,}027$.

Задача 10

Событие A – «первая лампа перегорит». Событие B – «вторая лампа перегорит». Вероятность каждого из событий A и B равна 0,2 и они независимые. Найдем вероятность того, что перегорят обе лампы. Т.к. события A и B независимые, тогда вероятность одновременного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$.

Задача 11

Вероятность того, что первый магазин не доставит нужный товар $1 - 0{,}9 = 0{,}1$. Вероятность того, что второй магазин не доставит нужный товар $1 - 0{,}8 = 0{,}2$. У нас два события: событие A – первый магазин не доставит нужный товар, событие B – второй магазин не доставит нужный товар. Эти события независимы. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}02$.

Задача 12

Событие: «все три оператора заняты одновременно» наступает при одновременном наступлении трёх событий. Событие A – «первый оператор занят». Событие B – «второй оператор занят». Событие C – «третий оператор занят». Вероятность каждого из событий A, B, C равно 0,7 и все эти события независимые. Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий.Поэтому вероятность того, что все три оператора заняты равна: $0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}7^3 = 0{,}343$.

Задача 13

Каждый отдельный выстрел – это независимое событие. Тогда у нас есть четыре независимых события: непопадание при первом выстреле вероятность равна: $1-0{,}7 = 0{,}3$, непопадание при втором выстреле вероятность равна: $1-0{,}9 = 0{,}1$, попадание при третьем выстреле вероятность равна: 0,9, попадание при четвёртом выстреле вероятность равна: 0,9. Вероятность одновременного наступления четырёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}3 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}0243$.

Задача 14:

Произведение трёх цифр чётно, когда хотя бы одна из цифр чётна.

Произведение трёх цифр нечётно, когда всё три цифры нечётны.

Т.к. произведение цифр может быть либо чётным, либо нечётным, с вероятностью равной 1 можно говорить, что наступит одно из двух событий: событие A – «произведение цифр чётно», событие B – «произведение цифр нечётно». Нам надо найти вероятность события A, но гораздо удобнее найти вероятность события B и вычесть вероятность события B из 1, тогда получим вероятность события A.

Вариант 1:

Найти вероятность события B можно двумя способами. Событие B выполняется при одновременном наступлении трёх событий: событие B_1 – «последняя цифра нечётна», событие B_2 – «предпоследняя цифра нечётна», событие B_3 – «предпредпоследняя цифра нечётна». Т.к. у нас 5 нечётных цифр из 10: 1, 3, 5, 7, 9. То вероятности событий B_1, B_2, B_3 равны 0,5. Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Тогда получаем, что вероятность события B: $0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}125$. Нам надо получить вероятность противоположного события, что последние три цифры чётные, тогда: $1 - 0{,}125 = 0{,}875$.

Вариант 2:

У нас есть $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ возможных комбинаций из трёх цифр. У нас есть $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ комбинаций из трёх цифр, произведение из которых нечётно (каждый раз мы выбираем одну цифру из множества: $1, 3, 5, 7, 9$). Таким образом, у нас есть 125 благоприятных вариантов из 1000 возможных, значит вероятность, что все цифры нечётны: $\frac{125}{1000} = 0{,}125$. Тогда вероятность того, что последние три цифры чётные: $1 - 0{,}125 = 0{,}875$.

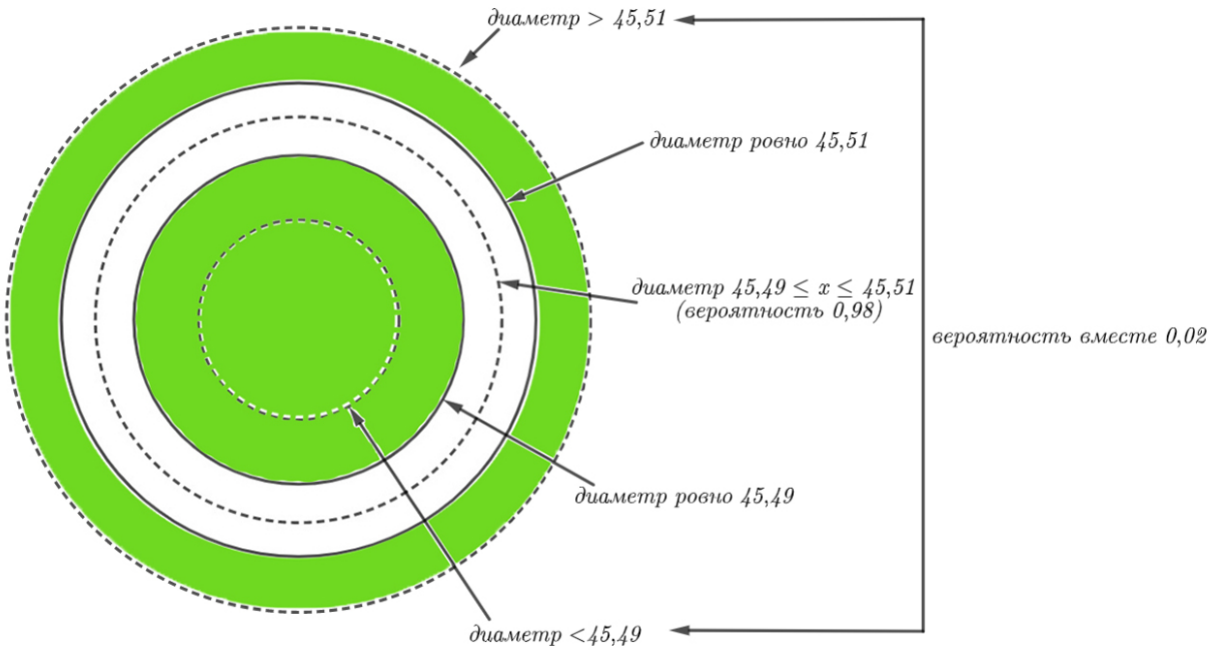
Тренировочная работа 10

Задача 1

Вычислим частоту события «гарантийный ремонт» в этом городе поделив кол-во поступивших телевизоров на общее количество проданных телевизоров: $36/1000 = 0{,}036$. Вычитаем из вероятности события «гарантийный ремонт» полученную частоту, получим ответ: $0{,}04 - 0{,}036 = 0{,}004$.

Задача 2

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 92,19 до 92,21 мм с вероятностью 0,97. Поэтому искомая вероятность противоположного события равна $1 - 0{,}97 = 0{,}03$.



Задача 3:

Вариант 1:

Событие A – «последняя цифра не больше трёх», событие B – «предпоследняя цифра не больше двух», событие C – «предпредпоследняя цифра не больше двух». Вероятность события A – $\frac{4}{10} = 0{,}4$, т.к. можно выбрать четыре цифры из 10 (0, 1, 2, 3). Вероятность события B и C равны между собой – $\frac{3}{10} = 0{,}3$, т.к. можно выбрать три цифры из 10 (0, 1, 2). Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Тогда получаем искомую вероятность: $0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}036$.

Вариант 2:

У нас есть $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ комбинаций из трёх цифр. У нас есть $3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$ благоприятных комбинаций (нам благоприятны случаи, когда на первом и втором месте стоит одна из трёх цифр (0, 1, 2), а на третьем месте стоит одна из четырёх цифр (0, 1, 2, 3)). Тогда искомая вероятность $\frac{36}{1000} = 0{,}036$.

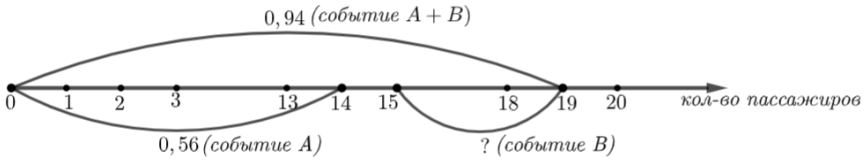
Задача 4

С вероятностью равной 1 можно сказать, что выполнено одно из двух событий: событие A – «объём бутылки лежит в пределах в пределах от 5,8 до 6,2 л», событие B – «объём бутылки не лежит в пределах от 5,8 до 6,2 л». Из условия известно, что объём бутылки в воде не лежит в пределах от 5,8 до 6,2 л. с вероятностью 0,97. Искомая вероятность – вероятность противоположных событий. Она равна $1 - 0{,}97 = 0{,}03$.

Задача 5:

Вариант 1:

Пусть событие A состоит в том, что «в автобусе окажется от 0 до 14 пассажиров». По условию вероятность события A равняется 0,56. Событие B – «в автобусе окажется от 15 до 19 пассажиров». Тогда событие $A + B$ состоит в том, что «в автобусе окажется от 0 до 19 пассажиров». По условию вероятность события $A + B$ равна 0,94. Т.к. события A и B не могут наступить одновременно (не совместны), то $P(A + B) = P(A) + P(B)$. Подставляя значения из условия $0{,}94 = 0{,}56 + P(B)$. Значит искомая вероятность равна $P(B) = 0{,}94 - 0{,}56 = 0{,}38$.



Вариант 2:

Можно считать, что в среднем в 94% случаев в автобусе оказывается от 0 до 19 пассажиров. Можно считать, что в среднем в 56% случаев в автобусе оказывается от 0 до 14 пассажиров. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «в автобусе окажется от 15 до 19 пассажиров» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $94\% - 56\% = 38\%$ случаев. Значит вероятность события «в автобусе окажется от 15 до 19 пассажиров» 0,38.

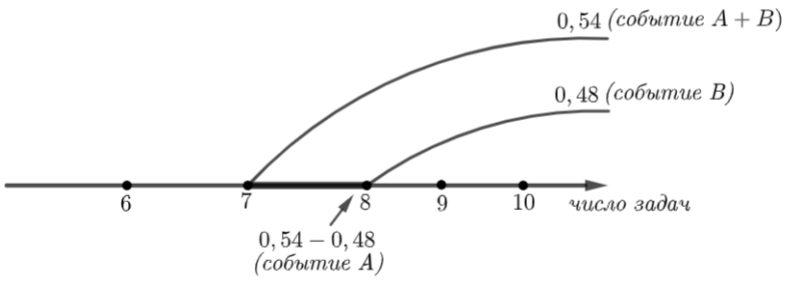
Задача 6

Вариант 1:

Рассмотрим события $A =$ «учащийся решит 8 задач» и $B =$ «учащийся решит больше 8 задач». Тогда объединение событий $A+B =$ «учащийся решит больше 7 задач». События A и B не могут наступить одновременно (действительно, нельзя решить одновременно ровно 8 задач и больше 8 задач), поэтому вероятность наступления одного из двух этих событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$. Тогда, используя данные задачи, получаем:

$0{,}54 = P(A) + 0{,}48$, откуда $P(A) = 0{,}54 - 0{,}48 = 0{,}06$.

Это можно проиллюстрировать на координатной прямой для числа задач. Построим координатную прямую, на которой отметим число решённых задач и их вероятность. Нам нужно пересечение этих событий, поэтому, вычитая из большего меньшее получаем искомую вероятность: $0{,}54 - 0{,}48 = 0{,}06$.



Вариант 2:

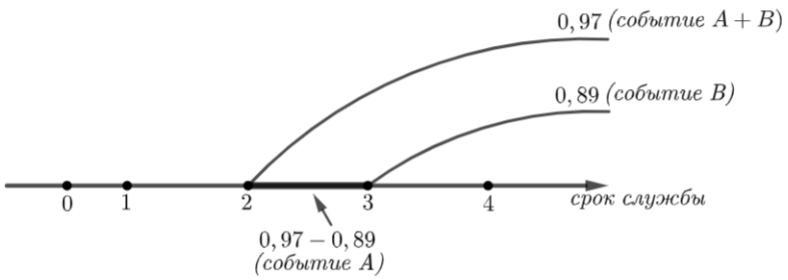
Можно считать, что в среднем в 54% случаев учащийся решит больше 7 задач. Можно считать, что в среднем в 48% случаев учащийся решит больше 8 задач. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «учащийся решит 8 задач» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $54\% - 48\% = 6\%$ случаев. Значит вероятность события «учащийся решит 8 задач» 0,06

Задача 7

Вариант 1:

Пусть A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», B = «чайник прослужит больше двух лет», тогда $A + B$ = «чайник прослужит больше года». События A и B не могут наступить одновременно (не совместны). Вероятность наступления одного из двух из этих событий равна сумме вероятностей этих событий. Тогда: $P(A + B) = P(A) + P(B)$, откуда, используя данные из условия, получаем $0{,}97 = P(A) + 0{,}89$. Тем самым, для искомой вероятности имеем: $P(A) = 0{,}97\text{-}0{,}89 = 0{,}08$.

Это решение можно проиллюстрировать на координатной прямой для срока службы. Построим координатную прямую, на которой отметим вероятность событий и сами события: «чайник прослужит больше двух лет» и «чайник прослужит больше года». Пересечение этих событий – искомое событие. Его вероятность равна: $0{,}97 - 0{,}89 = 0{,}08$



Вариант 2:

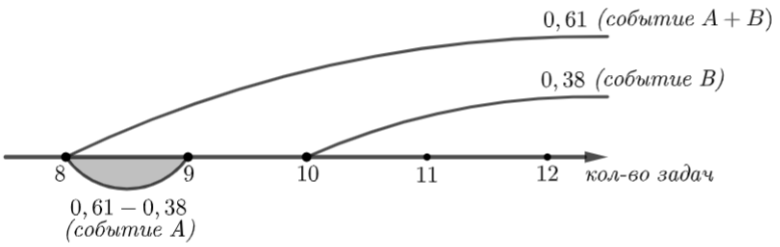
Можно считать, что в среднем в 97% случаев чайник прослужит больше года. Можно считать, что в среднем в 89% случаев чайник прослужит больше двух лет. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $97\% - 89\% = 8\%$ случаев. Значит вероятность события «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет» 0,08.

Задача 8

Вариант 1:

Рассмотрим события A = «учащийся решит 8 или 9 задач» и B = «учащийся решит не менее 10 задач». Тогда объединение событий $A + B$ = «учащийся решит не менее 8 задач». События A и B не могут наступить одновременно, поэтому вероятность наступления одного из двух этих событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$. Тогда, используя данные задачи, получаем:
$0{,}38 = P(A) + 0{,}61$, откуда $P(A) = 0{,}61 - 0{,}38 = 0{,}23$.

Это можно проиллюстрировать на координатной прямой для числа задач. Построим координатную прямую, на которой отметим число решённых задач и их вероятность. Нам нужно пересечение этих событий, поэтому, вычитая из большего меньшее получаем искомую вероятность: $0{,}61 - 0{,}38 = 0{,}06$



Вариант 2:

Можно считать, что в среднем в 61% случаев учащийся решит не менее 8 задач. Можно считать, что в среднем в 38% случаев учащийся решит не менее 10 задач. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «учащийся решит 8 или 9 задач» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $61\% - 38\% = 23\%$ случаев. Значит вероятность события «учащийся решит 8 или 9 задач» 0,23

Задача 9

Посчитаем вероятность того, что первый сервер не потребует вмешательства $1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Посчитаем вероятность того, что второй сервер не потребует вмешательства $1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Нам нужно одновременное наступление двух событий. Событие A – «первый сервер не потребует вмешательства». Событие B – «второй сервер не потребует вмешательства». Вероятность одновременного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Тогда искомая вероятность равна: $0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}56$.

Задача 10

Посчитаем вероятность того, что микроавтобус не свободен $1 - 0{,}43 = 0{,}57$. Нам нужно одновременное наступление двух событий. Событие A – «первый микроавтобус не свободен». Событие B – «второй микроавтобус не свободен». Вероятность одновременного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Тогда искомая вероятность: $0{,}57 \cdot 0{,}57 = 0{,}3249$.

Задача 11

Выпишем все возможные случаи занятости 3 продавцов: ССС, ССЗ, СЗС, ЗСС, СЗЗ, ЗСЗ, ЗЗС, ЗЗЗ (С – свободен, З – занят). Найдем вероятность того, что все продавцы заняты, то есть ЗЗЗ. Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий равна (первый продавец занят, второй продавец занят, третий продавец занят) произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}2^3 = 0{,}008$. Тогда во всех остальных случаях есть хотя бы один свободный оператор и искомая вероятность $1 - 0{,}008 = 0{,}992$.

Задача 12

Выпишем все возможные случаи занятости 3 продавцов: ССС, ССЗ, СЗС, ЗСС, СЗЗ, ЗСЗ, ЗЗС, ЗЗЗ (С – свободен, З – занят). Найдем вероятность того, что все продавцы заняты, то есть ЗЗЗ. Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий (первый продавец занят, второй продавец занят, третий продавец занят) равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}1^3 = 0{,}001$. Тогда во всех остальных случаях есть хотя бы один свободный продавец и искомая вероятность $1 - 0{,}001 = 0{,}999$.

Задача 13

Вариант 1:

Событие A – «первая лампа перегорит». Событие B – «вторая лампа перегорит». Вероятность каждого из событий A и B равна 0,3 и они независимые. Найдем вероятность того, что перегорят обе лампы. Эти события независимые, тогда вероятность одновременного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$. Тогда во всех остальных случаях не перегорит хотя бы одна лампа, тогда искомая вероятность $1 - 0{,}09 = 0{,}91$.

Вариант 2:

Хотя бы одна лампа не перегорит в трёх случаях: ПГ, ГП, ГГ (Г-горит, П-перегорела). Вероятность того, что лампа не перегорит – $1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Найдём,например, вероятность события ПГ. Чтобы это событие случилось, должны одновременно наступить два независимых события: первая лампа перегорела, вторая лампа всё ещё горит. Вероятность наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Вероятность этого: $0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$. Аналогично вероятность события ГП равна $0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}21$. Аналогично вероятность наступления события ГГ равна: $0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49$. Т.к. эти события не могут наступить одновременно, вероятность того, что наступит хотя бы одно из этих событий, равна сумме вероятностей этих событий: $0{,}21 + 0{,}21 + 0{,}49 = 0{,}91$

Задача 14

Вероятность того, что деталь не бракованная равна $1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Как можно получить две бракованных и одну небракованную деталь? Предположим мы достаём детали по порядку, тогда возможны три исхода удовлетворяющие условию: ББН, БНБ, НББ ('Н' – не бракованная, 'Б' – бракованная). Исход ББН случается при одновременном наступлении трёх независимых событий: первая деталь бракованная (вероятность 0,2), вторая деталь бракованная (вероятность 0,2), третья деталь небракованная (вероятность 0,8). Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Эта вероятность равна: $0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}032$.
Аналогично вероятность исхода БНБ равна $0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}032$.
Аналогично вероятность исхода НББ равна $0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}032$.
Все эти три исхода удовлетворяют условию и не могут наступить одновременно. Поэтому чтобы получить конечный ответ надо сложить вероятности этих исходов: $0{,}032 + 0{,}032 + 0{,}032 = 0{,}096$.

Тренировочная работа 11

Задача 1

Чтобы попасть в точку M надо сначала дойти до точки E. Вероятность того, что пешеход попадёт из точки S в точку E – $\frac{1}{3}$, т.к. он может выбрать из точки S с одинаковой вероятностью три маршрута. Далее, из точки E он может с одинаковой вероятностью выбрать четыре маршрута: в точку K, в точку L, в точку M и в точку N. Пешеход выберет маршрут ведущий из точки E в точку M с вероятностью $\frac{1}{4}$. События пешеход пошёл из точки S в точку E и пешеход пошёл из точки E в точку M – это независимые события. Вероятность, одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятности этих событий. Тогда искомая вероятность: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12} = 0{,}083$.

Задача 2

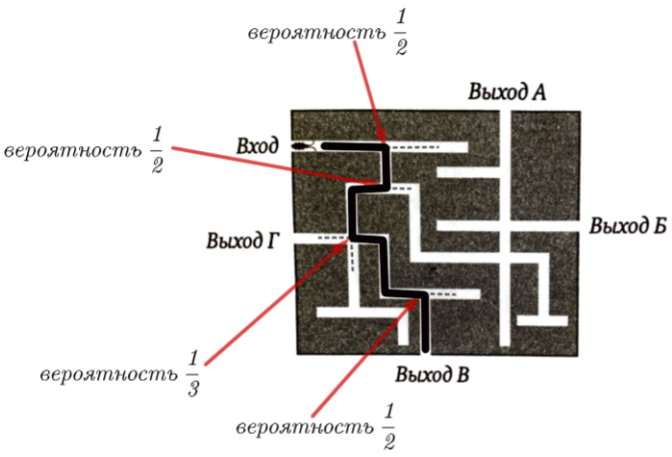
Вероятность попасть в берёзовую рощу равна сумме вероятностей попасть из точки S в точку C, F, G, K.
Чтобы пешеход попал в точку C, должно произойти два событий: «пешеход пошёл из точки S в точку A» и «пешеход пошёл из точки A в точку C». Из точки S пешеход может выбрать три различных дороги, из которых только одна ведёт в точку A. Поэтому вероятность попасть из точки S в точку A – $\frac{1}{3}$. Далее, из точки A он может с одинаковой вероятностью выбрать два маршрута: в точку B и в точку C. Поэтому вероятность, что пешеход выберет маршрут ведущий из точки A в точку C вероятность этого равна $\frac{1}{2}$. События «пешеход пошёл из точки S в точку A» и «пешеход пошёл из точки A в точку C» – это независимые события. Вероятность, одновременного наступления двух независимых событий,равна произведению вероятности этих событий.

Тогда вероятность попасть из точки S в точку C равна $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Вероятность попасть из точки S в точки F или G равна вероятности одновременного наступления двух событий: «попасть из точки S в точку D» и «попасть из точки D в точки F или G». Чтобы попасть в точку D из точки S, пешеходу надо выбрать одну правильную дорогу из трёх. Вероятность этого $\frac{1}{3}$. Находясь в точке D у пешехода есть две благоприятные дороги из 3. Каждую из дорог он может выбрать с одинаковой вероятностью. Поэтому вероятность попасть из точки D в точку F или G равна $\frac{2}{3}$. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Тогда вероятность попасть из точки S в точки F или G равна $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$.
Чтобы пешеход попал в точку K, должно произойти два событий: «пешеход пошёл из точки S в точку E» и «пешеход пошёл из точки E в точку K». Чтобы попасть из точки S в точку K надо сначала попасть из точки S в точку E. Из точки S пешеход может выбрать три различных дороги, из которых только одна ведёт в точку E. Поэтому вероятность попасть из точки S в точку E – $\frac{1}{3}$. Далее, из точки E он может с одинаковой вероятностью выбрать четыре маршрута: в точку N, в точку M, в точку L и в точку K. Поэтому вероятность, что пешеход выберет маршрут ведущий из точки E в точку K вероятность этого равна $\frac{1}{4}$. События «пешеход пошёл из точки S в точку E» и «пешеход пошёл из точки E в точку K» – это независимые события. Вероятность, одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятности этих событий. Тогда вероятность попасть из точки S в точку K равна $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.
Искомая вероятность равна сумме вероятностей попасть из точки S в точку C, вероятностей попасть из точки S в точки F или G и вероятностей попасть из точки S в точку K: $\frac{1}{3}\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{17}{36}$.

Задача 3

Вероятность того, что жук выберет одно конкретное направление из двух – $\frac{1}{2}$.Вероятность того, что жук выберет одно направление из трёх – $\frac{1}{3}$. Чтобы прийти к выходу В жуку нужно на первой развилке пойти вниз, на второй развилке пойти влево, на третьей развилке пойти вправо, на четвёртой развилке пойти вниз – это независимое от других выборов события. Тогда вероятность одновременного наступления 4 необходимых событий – выборов, это произведение вероятности этих 4 событий.



P(B)=$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$.

Задача 4:

Вариант 1:

У собаки будет диагностирован пироплазмоз в двух случаях: первый – пироплазмоз диагностирован сразу. Вероятность этого: $1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Второй – первый анализ на пироплазмоз отрицательный, второй анализ на пироплазмоз положительный. Событие «первый анализ отрицательный» и событие «второй анализ положительный» – это два независимых события. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность, что первый анализ отрицательный, а второй анализ положительный равна: $0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$. Тогда искомая вероятность, равна сумме двух вероятностей: $P_{\text{иск}} = 0{,}7 + 0{,}21 = 0{,}91$.

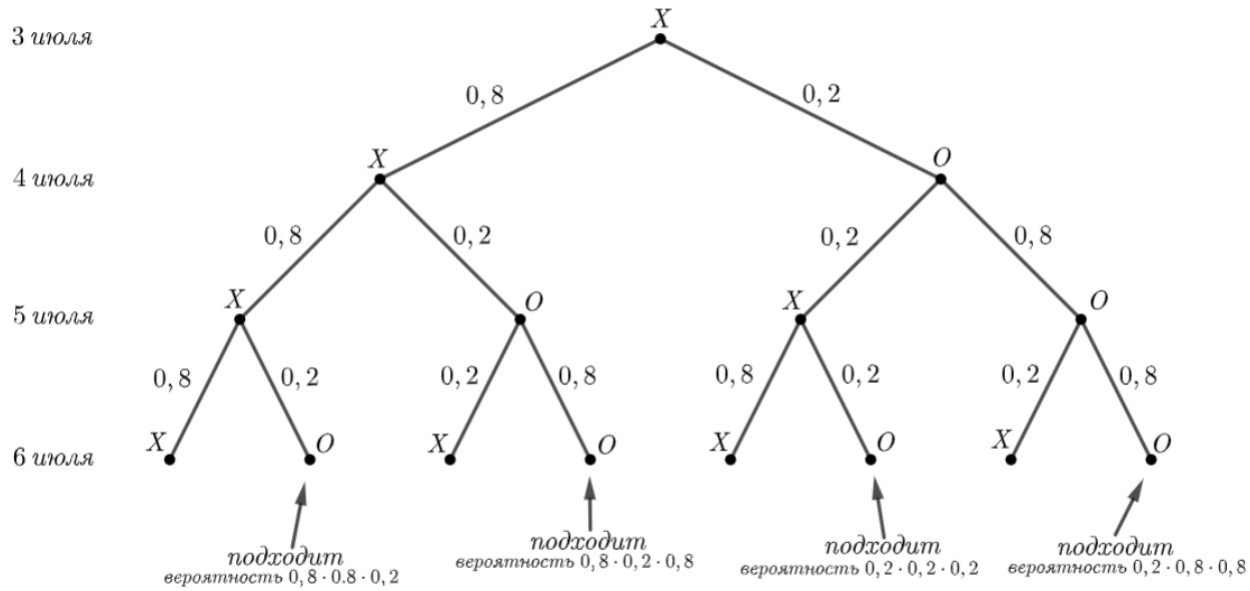
Вариант 2:

У собаки не будет диагностирован пиромлазмоз, если оба раза результат анализа будет отрицательным. Событие «первый анализ отрицательный» и событие «второй анализ отрицательный» – это два независимых события. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что оба анализа отрицательные равна: $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$. С вероятностью равной 1 можно сказать, что у собаки будет диагностирован пироплазмоз: $1 - 0{,}09 = 0{,}91$.

Задача 5

У нас есть 4 варианта как погода из хорошей 3 июля может стать отличной 6 июля: $XXXO$, $XXOO$, $XOXO$, $XOOO$ (здесь X — хорошая, O — отличная погода). Поведение погоды зависит от того, менялась ли у нас в полночь погода или нет. Например: вариант $XXXO$ соответствует тому, что с 3 на 4 погода не поменяется, с 4 на 5 не поменяется и с 5 на 6 поменяется. Событие «погода с 3 на 4 не поменялась», событие «погода с 4 на 5 не поменялась», событие «погода с 5 на 6 поменялась» – это независимые события.

Тогда вероятность того, что одновременно наступят все четыре эти события равна произведению вероятностей этих событий: $P(XXXO) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}128$;
Аналогично $P(XXOO) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}128$;
Аналогично $P(XOXO) = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}008$;
Аналогично $P(XOOO) = 0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}128$.
Т.к. никакие два из указанных события не могут наступить одновременно, вероятность того, что хотя бы одно из них наступит равна сумме вероятностей этих событий:
$P(XXXO)+P(XXOO)+P(XOXO)+P(XOOO) = 0{,}128+0{,}128+0{,}008+0{,}128 = 0{,}392$.
Всё это можно проиллюстрировать на картинке:



Задача 6

Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: победа+ничья, ничья+победа, победа+победа. Эти события не могут наступить одновременно (несовместны), поэтому вероятность того, что наступит хотя бы одно из этих событий, равна сумме вероятностей этих событий. Для начала найдём вероятность ничьей. Вероятность ничьей равна: $1 - 0{,}4 - 0{,}4 = 0{,}2$, т.е. 1 – вероятность победы – вероятность поражения.
Теперь найдём вероятность исхода победа+ничья. Вероятность события победы в первой игре и ничьи во второй игре – это два независимых события. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08$.

Теперь найдём вероятность исхода ничья+победа. Вероятность события ничьи в первой игре и победы во второй игре – это два независимых события. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$.
Аналогично вероятность победа+победа равна $0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$. Таким образом, получаем ответ: $0{,}08 + 0{,}08 + 0{,}16 = 0{,}32$.

Задача 7:
Вариант 1:
Пусть имеется 10000 пациентов, тогда по условию в среднем $10000 \cdot 0{,}05 = 500$ действительно болеют гепатитом и тогда в среднем $10000 - 500 = 9500$ пациентов здоровы. Тогда в среднем у $0{,}9 \cdot 500 = 450$ больных действительно выявят гепатит. И также в среднем $0{,}01 \cdot 9500 = 95$ точно здоровым пациентам поставят диагноз гепатит. Тогда гепатит выявят в среднем у $450 + 95 = 545$ пациентов. У нас 545 благоприятных исходов из 10000 возможных. Тогда искомая вероятность: $\frac{545}{10000} = 0{,}0545$.

Вариант 2:
Второй способ: событие «анализ пациента положительный» происходит при наступлении одного из двух событий: событие A – «пациент болеет гепатитом, его анализ положительный»; событие B – «пациент не болеет гепатитом, его анализ положительный».
Событие A – «пациент болеет и его анализ положительный», наступает при одновременном наступлении двух независимых событий. Первое событие: «случайный пациент болеет гепатитом». Второе событие: «у больного пациента анализ положительный». Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равно произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность события A равна: $0{,}9 \cdot 0{,}05 = 0{,}045$.
Событие B – «пациент не болеет и его анализ положительный», наступает при одновременном наступлении двух независимых событий. Первое событие: «случайный пациент не болеет гепатитом». Второе событие: «у здорового пациента анализ положительный». Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равно произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность события B равна: $0{,}01 \cdot 0{,}95 = 0{,}0095$.
Поэтому вероятность того, что у пациента будет положительный анализ: $0{,}045 + 0{,}0095 = 0{,}0545$.

Тренировочная работа 12

Задача 1

Чтобы попасть из точки S в точку F надо сначала дойти до точки D. Вероятность того, что пешеход попадёт из точки S в точку D – $\frac{1}{3}$, т.к. он может с одинаковой вероятностью выбрать из точки S три дороги: в точку E, в точку D, в точку A. Далее, из точки D он может с одинаковой вероятностью выбрать три дороги: в точку H, в точку G и в точку F. Пешеход выберет маршрут ведущий из точки D в точку F с вероятностью $\frac{1}{3}$. События «пешеход пошёл из точки S в точку D» и «пешеход пошёл из точки D в точку F» – это независимые события. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Тогда искомая вероятность: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.

Задача 2

Вероятность попасть в грибное место равна сумме вероятностей попасть из точки S в точку H, в точку K, в точку L и в точку N.

Чтобы попасть из точки S в точку H надо сначала попасть из точки S в точку D, т.е. должны произойти два независимых события: «пешеход пошёл из точки S в точку D» и «пешеход пошёл из точки D в точку H». Из точки S пешеход может выбрать три различных дороги, из которых только одна ведёт в точку D. Поэтому вероятность попасть из точки S в точку D – $\frac{1}{3}$. Из точки D он может с одинаковой вероятностью выбрать три маршрута: в точку H, в точку G и в точку F. Поэтому вероятность, что пешеход выберет маршрут ведущий из точки D в точку H вероятность этого равна $\frac{1}{3}$. Вероятность, одновременного наступления двух независимых событий,равна произведению вероятностей этих событий. Тогда вероятность попасть из точки S в точку H равна $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.

Вероятность попасть из точки S в точки N, K или L равна вероятности одновременного наступления двух независимых событий: «попасть из точки S в точку E» и «попасть из точки E в точки N, K или L». Чтобы попасть в точку E из точки S, пешеходу надо выбрать одну правильную дорогу из трёх. Вероятность этого $\frac{1}{3}$. Находясь в точке E у пешехода есть три благоприятные дороги из 4. Каждую из дорог он может выбрать с одинаковой вероятностью. Поэтому вероятность попасть из точки E в точку N, K или L равна $\frac{3}{4}$. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Тогда вероятность попасть из точки S в точки N, K или L равна $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

Искомая вероятность равна сумме вероятностей попасть из точки S в точку H и вероятностей попасть из точки S в точки K, N или L: $\frac{1}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{13}{36}$.

Задача 3

Вероятность того, что жук выберет одно конкретное направление из двух - $\frac{1}{2}$. Вероятность того, что жук выберет одно направление из трёх – $\frac{1}{3}$. Чтобы прийти к конкретному выходу, жуку на каждой развилке нужно выбрать одно конкретное направление. Например, чтобы прийти к выходу А жуку нужно на первой развилке пойти вниз, на второй развилке пойти влево, на третьей развилке пойти вверх, на четвертой развилке пойти вверх, на пятой развилке пойти вверх. Выбор каждого маршрута на каждом перекрёстке – это независимое от других выборов события. Тогда вероятность одновременного наступления всех необходимых событий – выборов, это произведение вероятности этих событий:

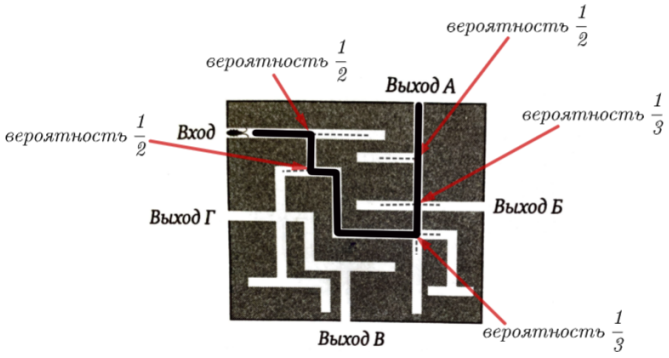
P(выход Г)=$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

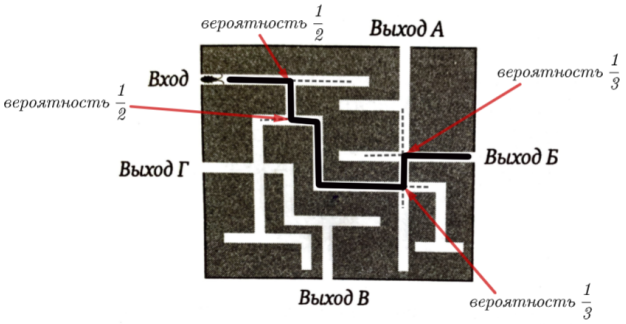
P(выход В)=$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

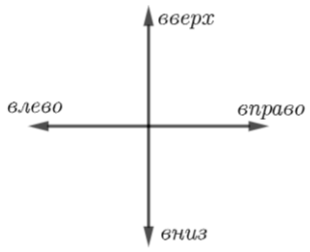
P(выход Б)=$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$

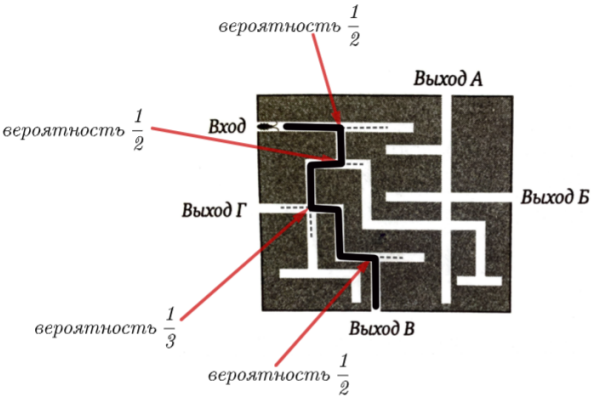
P(выход А)=$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

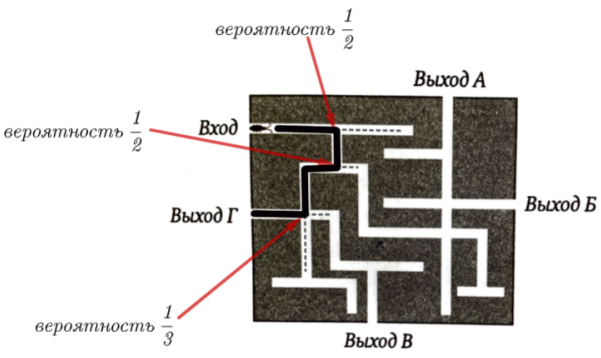
$P_{\text{прийти к выходу}} = P(\Г) + P(B) + P(A) + P(\Б) \approx 0{,}17$









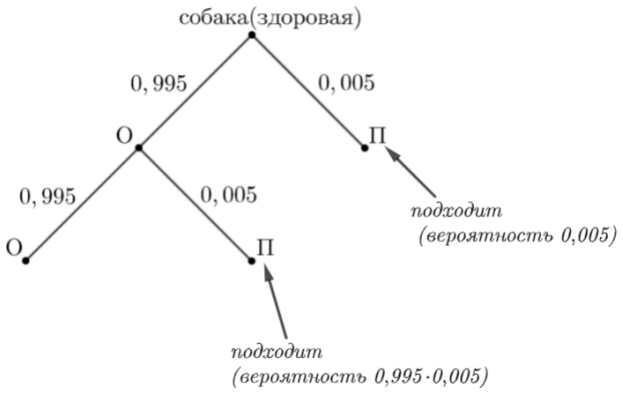


Задача 4:

Вариант 1:

Собака будет объявлена больной в случае, если она сразу получит положительный результат или она вначале получит отрицательный результат, а затем положительный. Вероятность получить положительный результат: 0,005. Вероятность получить отрицательный результат – $1 - 0{,}005 = 0{,}995$. Вероятность получить положительный результат после отрицательного: $0{,}995 \cdot 0{,}005$ («получение отрицательного результата в первом тесте» и «получение положительного результата во втором тесте» – это два независимых событий. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.) Искомая вероятность будет равна: $0{,}995 \cdot 0{,}005 + 0{,}005 \approx 0{,}01$.

Данное решение можно проиллюстрировать схемой. Пусть О – отрицательный результат, а П-положительный результат:



Вариант 2:

С вероятностью равной 1 можно сказать, что у собаки либо будет диагностирован пироплазмоз, либо не будет диагностирован пироплазмоз. Найдём вероятность того, что у собаки не будет диагностирован пироплазмоз. Это событие произойдёт при одновременном наступлении двух независимых событий: «первый анализ на пироплазмоз отрицательный», «второй анализ на пироплазмоз отрицательный». Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Таким образом, вероятность того, что у собаки не будет диагностирован пироплазмоз, равна: $0{,}995 \cdot 0{,}995 = 0{,}990025$. Тогда вероятность того, что у собаки будет диагностирован пироплазмоз: $1 - 0{,}990025 = 0{,}009975 \approx 0{,}01$.

Задача 5:

Вариант 1:

Найдем вероятность противоположного события, состоящего в том, что цель не будет уничтожена за n выстрелов. Вероятность промахнуться при первом выстреле равна $1 - 0{,}6 = 0{,}4$, а при каждом следующем $1 - 0{,}8 = 0{,}2$. Промах при одном конкретном выстреле – отдельное событие. Этих событий n штук. Первое наступает с вероятностью 0,4, остальные n-1 наступают с вероятностью 0,2. Все события независимые. Вероятность, одновременного наступления n независимых событий, равна произведению вероятности этих событий. Поэтому вероятность промахнуться во всех n выстрелах равна: $0{,}4 \cdot 0{,}2^{n-1}$.

Нам надо, чтобы эта вероятность была меньше 0,01. Тогда вероятность попасть будет больше, чем $1 - 0{,}01 = 0{,}99$. Осталось найти наименьшее натуральное n, при котором выполнено неравенство: $0{,}4 \cdot 0{,}2^{n-1} < 0{,}01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} < \frac{0{,}01}{0{,}4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} < \frac{1}{40}$.

Последовательно проверяя значения n, равные 1, 2, 3 и т. д.:

n=1 $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-1} < \frac{1}{40} \Leftrightarrow 1 < \frac{1}{40}$-неверно

n=2 $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-1} < \frac{1}{40} \Leftrightarrow \frac{1}{5} < \frac{1}{40}$-неверно

n=3 $\left(\frac{1}{5}\right)^{3-1} < \frac{1}{40} \Leftrightarrow \frac{1}{25} < \frac{1}{40}$-неверно

n=4 $\left(\frac{1}{5}\right)^{4-1} < \frac{1}{40} \Leftrightarrow \frac{1}{125} < \frac{1}{40}$-верно

находим, что искомым решением является n=4. Следовательно, необходимо сделать 4 выстрелов.

Вариант 2:

Вероятность, что мы поразим мишень, затратив 1 выстрел равна 0,6. Вероятность, что мы поразим мишень, затратив ровно 2 выстрела равна: $0{,}4 \cdot 0{,}8$ (Нам нужно промахнуться 1 выстрелом, вероятность этого $1 - 0{,}6 = 0{,}4$ и попасть вторым, вероятность того, что это произойдёт одновременно, равна произведению вероятностей этих событий). Вероятность поразить мишень затратив ровно 3 выстрела равна: $0{,}4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8$ (нам надо промахнуться 1 и 2 выстрелами и попасть 3). Вероятность поразить мишень 4 выстрелом равна: $0{,}4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8$ (нам надо промахнуться 1, 2 и 3 выстрелами и попасть 4). И т.д.

Тогда вероятность того, что для поражения мишени нам хватит одного выстрела равна 0,6.

Вероятность того, что нам хватит двух выстрелов равна: $0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}92$.

Вероятность того, что нам хватит трёх выстрелов равна: $0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}8 + 0{,}4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}984$.

Вероятность того, что нам хватит четырёх выстрелов равна: $0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}8 + 0{,}4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}9968$.

Считаем всё до тех пор, пока сумма не будет больше или равна, чем 0,99. При 4 выстрелах сумма вероятностей будет больше 0,99. Поэтому для уничтожения цели с вероятностью больше или равно 0,99, нам хватит 4 выстрелов.

Задача 6:

Вариант 1:

Пусть у нас есть y – здоровых пациентов и x – больных. Тогда в среднем пациентов, которые будут объявлены заболевшими $x \cdot 0{,}9$ и $y \cdot 0{,}01$. По условию в среднем у 6% пациентов с подозрением на гепатит анализ будет давать положительный результат, т.е. в среднем у $0{,}06(x+y)$ пациентов анализ на гепатит будет давать положительный результат.

Тогда: $y \cdot 0{,}01 + x \cdot 0{,}9 = 0{,}06 \cdot (x+y) \Leftrightarrow 0{,}83x = 0{,}05y \Leftrightarrow y = 17{,}2x$. Мы ищем вероятность выбрать x больных пациентов из общего количества $x+y$. У нас x благоприятных исходов из $x+y$ возможных исходов.

Вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит, действительно болет гепатитом: $\frac{x}{x+y} = \frac{x}{x+17{,}2x} \approx 0{,}056$.

Вариант 2:

Пусть x – вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит болен гепатитом. Тогда $1-x$ – вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит не болен гепатитом.

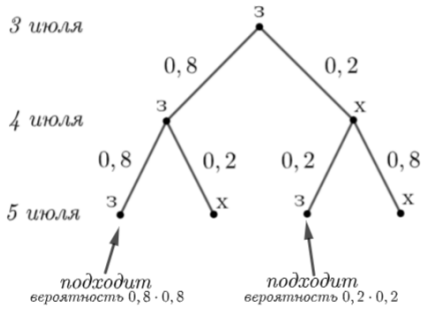
Тест может дать положительный результат в двух случаях: 1) пациент болен гепатитом и анализ даёт положительный результат. Вероятность этого события $x \cdot 0{,}9$ (Событие «случайный пациент болен» и событие «тест больного пациента дал положительный результат» это два независимых события. Вероятность их одновременного наступления равна произведению вероятности этих событий.). 2) пациент не болен гепатитом, но анализ даёт положительный результат. Вероятность этого события $(1-x) \cdot 0{,}01$ (Событие «случайный пациент здоров» и событие «тест здорового пациента дал положительный результат», это два независимых события. Вероятность их одновременного наступления равна произведению вероятностей этих событий).

Тогда случайный пациент получает положительный результат с вероятностью: $x \cdot 0{,}9 + (1-x) \cdot 0{,}01$. Т.к. у 6% пациентов анализ на гепатит даёт положительный результат, вероятность получить положительный результат – 0,06.

Таким образом, $x \cdot 0{,}9 + (1-x) \cdot 0{,}01 = 0{,}06 \Leftrightarrow 0{,}89x + 0{,}01 = 0{,}06 \Leftrightarrow 0{,}89x = 0{,}05 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{5}{89} \approx 0{,}056$.

Задача 7

У нас есть 2 варианта как погода из замечательной 3 июля может стать замечательной 5 июля: ЗЗЗ, ЗХЗ (здесь З- замечательная погода, Х- хорошая погода). Поведение погоды зависит от того, менялась ли у нас в полночь погода или нет.
ЗХЗ соответствует тому, что погода с 3 на 4 поменялась и с 4 на 5 поменялась. События с 3 на 4 погода поменялась и с 4 на 5 поменялась – это независимые события.
ЗЗЗ соответствует тому, что погода с 3 на 4 не поменялась и с 4 на 5 не поменялась. События с 3 на 4 погода не поменялась и с 4 на 5 не поменялась – это независимые события.
Тогда вероятность того, что одновременно наступят два независимых события равна произведению вероятностей этих событий.



$P(\text{ЗЗЗ}) = 0{,}8 \cdot 0{,}8$
$P(\text{ЗХЗ}) = 0{,}2 \cdot 0{,}2$
Т.к. два указанных события не могут наступить одновременно, вероятность того, что одно из них наступит, равна сумме вероятностей этих событий: $0{,}8 \cdot 0{,}8 + 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}68$.

Тренировочная работа 13

Задача 1

У нас есть 4 возможных исхода: доставая ключи Миша выронил конфету «Грильяж», выронил конфету «Белочка», выронил конфету «Коровка» или выронил конфету «Ласточка». Из них благоприятный только 1, что потерялась конфета «Грильяж». Поэтому вероятность этого события равна $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Задача 2

Андрей выучил $60 - 3 = 57$ вопросов. Есть 60 возможных исходов и 57 благоприятных исходов. Поэтому вероятность того, что на экзамене Андрею попадется выученный вопрос равна: $\frac{57}{60} = \frac{19}{20} = 0{,}95$.

Задача 3

Начать игру по жребию может один из четырех мальчиков: Петя, Вася, Коля или Лёша – всего 4 случая. Нам благоприятен один: когда жребий выпадает Пете. Тогда вероятность того, что это будет именно Петя, равна $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Задача 4

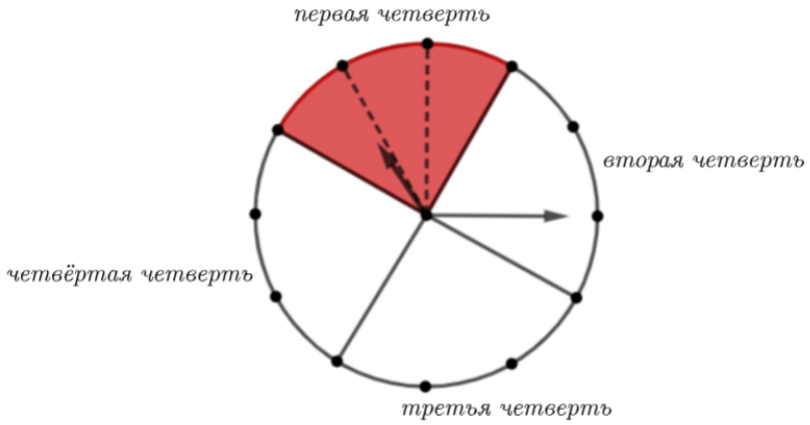
У заказчицы есть 8 благоприятных исходов (приедет зелёное такси) из 20 возможных (все свободные такси). Т.к. все исходы равновероятны, то вероятность того, что к заказчице приедет зеленое такси равна: $\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = 0{,}4$.

Задача 5

У Юли есть 16 возможных исходов (все пирожки), благоприятными из них являются 4 (пирожки с вишней). Т.к. все исходы равновероятны, то вероятность того, что пирожок окажется с вишней равна: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

Задача 6:

Часовая стрелка может занять любое положение на окружности.



Заметим, что циферблат можно разбить на 4 четверти, одна из которых нам подходит. Для нас благоприятными событием является попадание часовой стрелки в выделенную четверть. Часовая стрелка с равной вероятностью может попасть в любую из 4 образовавшихся четвертей. Тогда вероятность попасть в нужную нам четверть: $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Задача 7

Из 25 билетов 23 не содержат вопроса о грибах. У нас есть 23 благоприятных события из 25. Поэтому вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса о грибах, равна: $\frac{23}{25} = 0{,}92$.

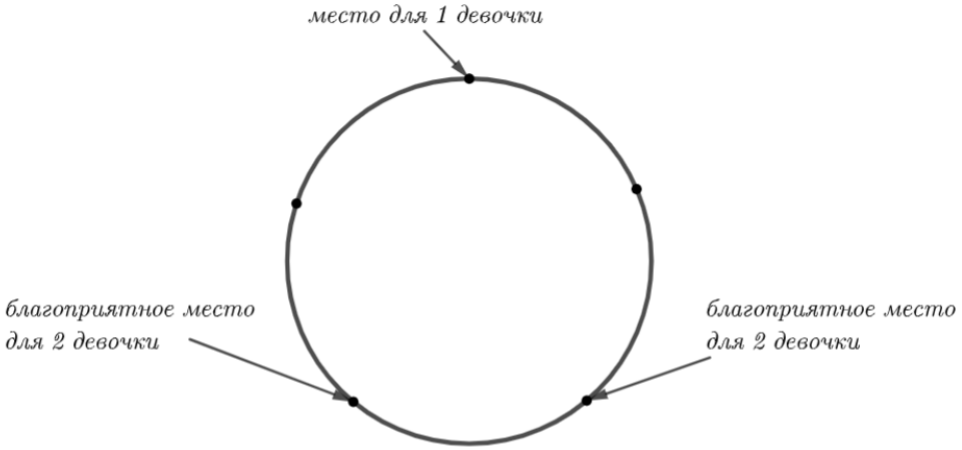
Задача 8

Пусть первая девочка уже сидит за столом. Тогда для второй девочки есть 8 мест, два из которых являются благоприятными.

Таким образом вероятность, что девочки будут сидеть рядом, равна: $\frac{2}{8} = 0{,}25$.

Задача 9

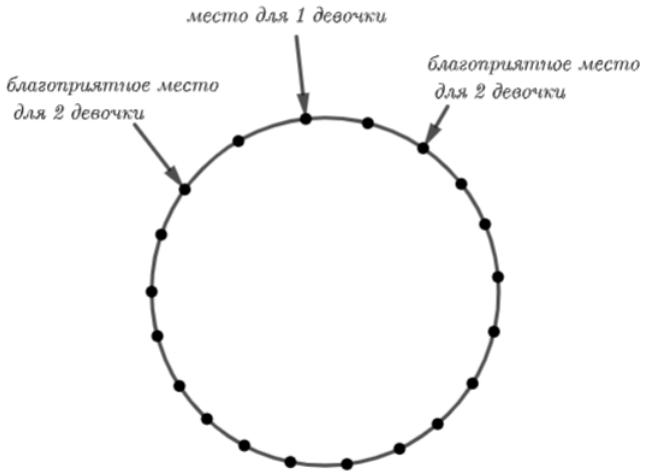
Пусть первая девочка уже сидит за столом. Тогда для второй девочки есть 4 места, два из которых являются благоприятными.



Таким образом, вероятность, что девочки не будут сидеть рядом равна: $\frac{2}{4} = 0{,}5$.

Задача 10

Пусть первая девочка уже сидит за столом. Тогда для второй девочки есть 200 возможных мест, два из которых являются благоприятными.



Таким образом, вероятность, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик равна: $\frac{2}{200} = 0{,}01$

Задача 11

По результатам первого круга жеребьёвки «Барселона» находится в одной из 8 групп. «Зенит» может с равной вероятностью попасть в 8 различных групп, одна из которых будет благоприятной. У нас есть одна благоприятная группа из 8. Тогда вероятность того, что «Зенит» окажется в той же игровой группе, что и «Барселона» равна $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

Задача 12

У Вити в копилке лежит $12 + 6 + 4 + 3 = 25$ монет на сумму $12 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 10 = 12 + 12 + 20 + 30 = 74$ рубля. Больше 70 рублей останется, если достать из копилки либо рублёвую, либо двухрублёвую монету. Рублёвых и двухрублёвых монет у нас 18. У нас есть 18 благоприятных монет из 25. Каждую монету мы можем достать с равной вероятностью. Тогда искомая вероятность равна $18/25 = 0{,}72$.

Задача 13

За первые три дня будет прочитан $17 \cdot 3 = 51$ доклад, на последние два дня планируется $75 - 51 = 24$ доклада. Поэтому на последний день запланировано $\frac{24}{2} = 12$ докладов. У нас есть 75 мест для доклада профессора М, благоприятных из них последние 12. Т.к. все исходы равновероятны, значит, вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна: $\frac{12}{75} = 0{,}16$.

Задача 14

В первом туре Руслан Орлов может сыграть с $26 - 1 = 25$ бадминтонистами (сам с собой он сыграть не сможет), из которых $10 - 1 = 9$ из России. У нас 9 благоприятных исходов из 25. Значит, вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна: $\frac{9}{25} = 0{,}36$.

Задача 15:

Вариант 1:

Для команды из России есть 4 благоприятных карточки – это 4 карточки с цифрой два. Всего карточек 4. Поэтому вероятность вытянуть карточку с цифрой 2 или оказаться во II группе равна: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

Вариант 2:

С помощью жеребьёвки их нужно разделить на 4 группы по четыре команды в каждой. Россия с равной вероятностью может оказаться в любой из 4 групп. Тогда вероятность того, что Росиия окажется во второй группе, равна $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Тренировочная работа 14

Задача 1

Рассмотрим два события.

Первое событие: на последнем месте чётная цифра.

Второе событие: на предпоследнем месте чётная цифра.

Всего 5 чётных цифр $(0, 2, 4, 6, 8)$ из 10.

Вероятность каждого из этих событий $\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0{,}5$. Два этих события независимы. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Следовательно, вероятность того, что на двух местах одновременно окажутся две чётных цифры равна $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$.

Задача 2:

Вариант 1:

Найдем вероятность противоположного события, состоящего в том, что цель не будет уничтожена за n выстрелов. Вероятность промахнуться при первом выстреле равна $1 - 0{,}4 = 0{,}6$, а при каждом следующем $1 - 0{,}6 = 0{,}4$. Промах при одном конкретном выстреле – отдельное событие. Этих событий n штук. Первое событие «промах при первом выстреле» наступает с вероятностью 0,6, остальные n-1 события наступают с вероятностью 0,4. Все события независимые. Вероятность, одновременного наступления n независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность промахнуться при всех n выстрелах равна: $0{,}6 \cdot 0{,}4^{n-1}$.

Нам надо, чтобы эта вероятность была меньше 0,02. Тогда вероятность попасть будет больше, чем $1 - 0{,}02 = 0{,}98$. Осталось найти наименьшее натуральное n, при котором решение неравенства: $0{,}6 \cdot 0{,}4^{n-1} < 0{,}02 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} < \frac{0{,}02}{0{,}6} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} < \frac{1}{30}$.

Последовательно проверяя значения n, равные 1, 2, 3 и т. д.:
n=1 $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-1} < \frac{1}{30} \Leftrightarrow 1 < \frac{1}{30}$-неверно
n=2 $\left(\frac{2}{5}\right)^{2-1} < \frac{1}{30} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{30}$-неверно
n=3 $\left(\frac{2}{5}\right)^{3-1} < \frac{1}{30} \Leftrightarrow \frac{4}{25} < \frac{1}{30}$-неверно
n=4 $\left(\frac{2}{5}\right)^{4-1} < \frac{1}{30} \Leftrightarrow \frac{8}{125} < \frac{1}{30}$-неверно
n=5 $\left(\frac{2}{5}\right)^{5-1} < \frac{1}{30} \Leftrightarrow \frac{16}{625} < \frac{1}{30}$-верно
находим, что искомым решением является n=5. Следовательно, необходимо сделать 5 выстрелов.

Вариант 2:
Вероятность, что мы поразим мишень, затратив 1 выстрел равна 0,4. Вероятность, что мы поразим мишень, затратив ровно 2 выстрела равна: $0{,}6 \cdot 0{,}6$ (Нам нужно промахнуться 1 выстрелом. Вероятность этого $1 - 0{,}4 = 0{,}6$ и попасть вторым. Вероятность того, что это произойдёт одновременно, равна произведению вероятности этих событий.). Вероятность поразить мишень затратив ровно 3 выстрела равна: $0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6$ (нам надо промахнуться 1 и 2 выстрелами и попасть 3). Вероятность поразить мишень 4 выстрелом равна: $0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6$ (нам надо промахнуться 1, 2 и 3 выстрелами и попасть 4). И т.д.
Тогда вероятность того, что для поражения мишени нам хватит одного выстрела равна 0,4.
Вероятность того, что нам хватит одного или двух выстрелов равна: $0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}76$.
Вероятность того, что нам хватит одного, двух или трёх выстрелов равна: $0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}904$.
Вероятность того, что нам хватит одного, двух, трёх или четырёх выстрелов равна: $0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}9616$.
Вероятность того, что нам хватит одного, двух, трёх, четырёх или пяти выстрелов равна: $0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}98464$.
Считаем всё до тех пор, пока не будет больше либо равной 0,98. При 5 выстреле сумма вероятностей будет больше 0,98. Поэтому для уничтожения цели с вероятностью больше или равно 0,98, нам хватит 5 выстрелов.

Задача 3

У нас есть два события.

Первое событие: на экзамене нам достаётся вопрос по теме «вписанная окружность». Вероятность этого события равна 0,2.

Второе событие: на экзамене нам достанется вопрос по теме «параллелограмм». Вероятность этого события 0,15.

По условию задачи у нас нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Это означает, что наши два события не могут наступить одновременно, то есть они несовместны. Тогда вероятность наступления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $0{,}2 + 0{,}15 = 0{,}35$.

Задача 4

Ковбой Джон промахнётся в двух случаях: если схватит пристрелянный револьвер и промахнется из него, или если схватит непристрелянный револьвер и промахнется из него. Вероятность взять пристрелянный револьвер $\frac{4}{10} = 0{,}4$ (из 10 револьверов 4 являются пристрелянными по условию задачи). Вероятность взять непристрелянный револьвер $\frac{6}{10} = 0{,}6$ (из 10 револьверов 6 являются непристрелянными по условию задачи). Вероятность промахнуться из пристрелянного револьвера: $1 - 0{,}9 = 0{,}1$, и вероятность промахнуться из непристрелянного револьвера: $1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий: «взять пристрелянный револьвер» и «промахнуться из пристрелянного револьвера» равно произведению вероятностей этих событий: $0{,}4 \cdot 0{,}1 = 0{,}04$. Аналогично, вероятность наступления двух независимых событий: «взять непристрелянный револьвер» и «промахнуться из непристрелянного револьвера»: $0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}48$. Тогда вероятность, что ковбой промахнётся, равна сумме вероятностей промаха из пристрелянного револьвера и промаха из непристрелянного револьвера: $0{,}04 + 0{,}48 = 0{,}52$.

Задача 5:

Вариант 1:

Стекло будет бракованным, если оно сделано на первой фабрике и оказалось бракованным или если оно сделано на второй фабрике и оказалось бракованным. Вероятность того, что стекло сделано на первой фабрике и оказалось бракованным равно вероятности одновременного наступления двух независимых событий: 1) событие A – «стекло сделано на первой фабрике», вероятность этого события 0,45.

2) событие B – «сделанное на первой фабрике стекло бракованное», вероятность этого события 0,03.

Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому, вероятность того, что стекло сделано на первой фабрике и оказалось бракованным: $0{,}45 \cdot 0{,}03 = 0{,}0135$.

Вероятность того, что стекло сделано на второй фабрике и оказалось бракованным находится аналогично: $0{,}55 \cdot 0{,}01 = 0{,}0055$.
Т.к. событие – «стекло сделано на первой фабрике и оказалось бракованным» и событие – «стекло сделано на второй фабрике и оказалось бракованным» не могут наступить одновременно (несовместны), то вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным, равно сумме вероятностей этих событий: $0{,}0135 + 0{,}0055 = 0{,}019$.

Вариант 2:
Пусть фабрика производит 10000 стёкол. Тогда в среднем 4500 стёкол производится на первой фабрике и в среднем 5500 стёкол производится на второй фабрике. В среднем количество бракованных стёкол на первой фабрике: $4500 \cdot 0{,}03 = 135$. В среднем количество бракованных стёкол на второй фабрике: $5500 \cdot 0{,}01 = 55$. Тогда в среднем всего бракованных стёкол $135 + 55 = 190$. У нас в среднем есть 190 благоприятных исходов для события «случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным» из 10000 возможных исходов. Поэтому искомая вероятность: $\frac{190}{10000} = 0{,}019$.

Задача 6:
Вариант 1:
Пусть в первом хозяйстве агрофирма закупает x яиц, в том числе, $0{,}4x$ яиц высшей категории, а во втором хозяйстве — y яиц, в том числе $0{,}2y$ яиц высшей категории. Тем самым, всего агрофирма закупает $x + y$ яиц, в том числе $0{,}4x + 0{,}2y$ яиц высшей категории. По условию, высшую категорию имеют 35% яиц, тогда:

$$0{,}4x + 0{,}2y = 0{,}35(x + y) \Leftrightarrow 0{,}05x = 0{,}15y \Leftrightarrow x = 3y$$

Следовательно, у первого хозяйства закупают $3y$ яиц, а у второго хозяйства закупают y яиц, всего закупают $4y$ яиц. Для события – «купленное яйцо окажется купленным из первого хозяйства» у нас есть $4y$ возможных исходов, а благоприятных исходов у нас $3y$. Поэтому вероятность того, что купленное яйцо окажется из первого хозяйства равна:

$$\frac{3y}{3y + y} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Вариант 2:
Пусть x — вероятность того, что куплено яйцо, произведенное в первом хозяйстве. Тогда $1 - x$ — вероятность того, что куплено яйцо, произведенное во втором хозяйстве. Яйцо может получить высшую категорию в двух случаях: если оно произведено на первом хозяйстве и получило высшую категорию, и если оно произведено на втором хозяйстве и получило высшую категорию.
Вероятность того, что яйцо куплено на первом хозяйстве и получило высшую категорию равна вероятности одновременного наступления двух событий:

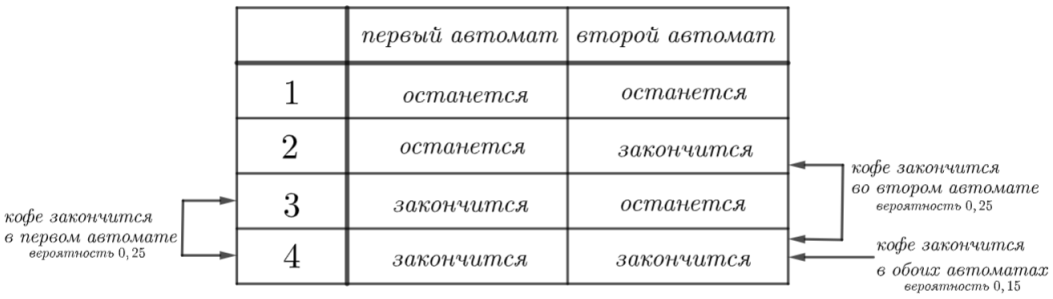
1) Событие A – «яйцо куплено на первом хозяйстве», вероятность этого события x.
2) Событие B – «купленное у первого хозяйства яйцо получило высшую категорию», вероятность этого события 0,4.
Эти два события независимы. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что яйцо куплено на первом хозяйстве и получило высшую категорию равна: $0{,}4 \cdot x$.
Вероятность того, что яйцо куплено на втором хозяйстве и получило высшую категорию равна вероятности одновременного наступления двух событий:
1) Событие A – «яйцо куплено на втором хозяйстве», вероятность этого события $1 - x$.
2) Событие B – «купленное у первого хозяйства яйцо получило высшую категорию», вероятность этого события 0,2.
Эти два события независимы. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что яйцо куплено на втором хозяйстве и получило высшую категорию равна: $0{,}2 \cdot (1 - x)$.
Таким образом, яйцо получает высшую категорию с вероятностью: $0{,}4 \cdot x + 0{,}2 \cdot (1 - x)$.
По условию яйцо получает высшую категорию с вероятностью 0,35. Таким образом получаем:

$$0{,}4x + 0{,}2(1 - x) = 0{,}35 \Leftrightarrow 0{,}2x = 0{,}15 \Leftrightarrow x = 0{,}75.$$

.

Задача 7

Для двух автоматов у нас наступит одно из 4 следующих события: событие 1 – «кофе останется в первом автомате и останется во втором автомате (ОО)», событие 2 – «кофе закончится в первом автомате и останется во втором (ЗО)», событие 3 – «кофе останется в первом автомате и закончится во втором (ОЗ)», событие 4 – «кофе закончится в первом автомате и закончится во втором автомате (ЗЗ)». Т.к. эти события не могут наступить одновременно (несовместны) и одно из этих событий обязательно произойдёт, то можно сказать, что сумма вероятностей этих 4 событий равна 1.



По условию вероятность события ЗЗ равна 0,15. Событие $З_1$ «кофе закончится в первом автомате» наступает при выполнении одного из двух событий: ЗЗ и ЗО. Т.к. ЗЗ и ЗО не могут наступить одновременно, то $P(З_1) = P(ЗО) + P(ЗЗ)$. Учитывая данные условия: $0{,}25 = P(ЗО) + 0{,}15$, тогда $P(ЗО) = 0{,}1$. Аналогично событие $З_2$ «кофе закончится во втором автомате» при выполнении одного из двух событий: ЗЗ и ОЗ. Т.к. ЗЗ и ОЗ не могут наступить одновременно, то $P(З_2) = P(ОЗ)+P(ЗЗ)$. Учитывая данные условия: $0{,}25 = P(ОЗ) + 0{,}15$, тогда $P(ОЗ) = 0{,}1$. Т.к. $P(ОЗ)+P(ЗО)+P(ЗЗ)+P(ОО) = 1$, то подставляя известные нам значения найдём $P(ОО) = 1 - 0{,}1 - 0{,}1 - 0{,}15 = 0{,}65$.

Тренировочная работа 15

Задача 1:

Вариант 1:

Нас интересуют только те события, когда при двух бросках кубика суммарно выпадет 8 очков. Выделим их в таблице:

число 1 раз \ число 2 раз	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	**8**
3	4	5	6	7	**8**	9
4	5	6	7	**8**	9	10
5	6	7	**8**	9	10	11
6	7	**8**	9	10	11	12

Таких событий получается ровно 5. Среди этих событий при втором броске 3 очка выпадает только в 1 случае. Поэтому искомая вероятность: $\frac{1}{5} = 0{,}2$.

Вариант 2:

Из таблицы заметим, что событие A («суммарно выпадает 8 очков») происходит с вероятностью $\frac{5}{36}$, а событие A с дополнительным условием B («при втором броске выпадает 3 очка») с вероятностью $\frac{1}{36}$. Тогда дополнительное условие у нас выполняется в $\frac{1}{36} : \frac{5}{36} = \frac{1}{5} = 0{,}2$ случаев, когда событие A выполнено.

Задача 2:

Вариант 1:

Составим таблицу, в которой отметим события «при двукратном броске игральной кости суммарно выпадет 9 очков»:

число 1 раз \ число 2 раз	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	**9**
4	5	6	7	8	**9**	10
5	6	7	8	**9**	10	11
6	7	8	**9**	10	11	12

Таких событий получилось 4. Выделим среди них те события, в которых выполнено доп. условие «хотя бы раз на кости выпадет 5 очков». Оно выполняется в 2 случаях. Тогда искомая вероятность: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Вариант 2:

Как и в первой задаче выделим событие A («выпало 9 очков в сумме при двукратном броске игральной кости»), которое происходит с вероятностью $\frac{4}{36}$. Событие A с дополнительным условием B («хотя бы раз на кости выпадет 5 очков») выполняется с вероятностью $\frac{2}{36}$. Тогда дополнительное условие у нас выполняется в $\frac{2}{36} : \frac{4}{36} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ случаев, когда событие A выполнено.

Задача 3:

Вариант 1:

Составим таблицу, в которой отметим события, соответствующие условию «при 2 бросках кубика ни разу не выпало 3 очка»:

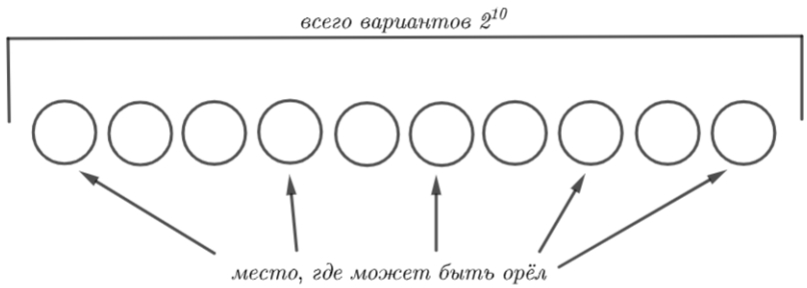
число 1 раз \ число 2 раз	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	**2**	**3**	4	**5**	**6**	**7**
2	**3**	**4**	5	**6**	**7**	**8**
3	4	5	6	7	8	9
4	**5**	**6**	7	**8**	**9**	**10**
5	**6**	**7**	8	**9**	**10**	**11**
6	**7**	**8**	9	**10**	**11**	**12**

Можно заметить, что при первом броске возможны 5 исходов (любой из шести, кроме 3 очков) и столько же при втором. Тогда всего исходов, соответствующих этому событию $5 \cdot 5 = 25$. Выделим в таблице те исходы, которые соответствуют дополнительному условию «суммарно при 2 бросках на кубиках выпадет 8 очков». Оно выполняется в 3 случаях, значит искомая вероятность: $\frac{3}{25} = 0{,}12$.

Вариант 2:

Как и в первой задаче выделим событие A («при 2 бросках кубика ни разу не выпало 3 очка»), которое происходит с вероятностью $\frac{25}{36}$. Событие A с дополнительным условием B («суммарно при 2 бросках на кубиках выпадет 8 очков») выполняется с вероятностью $\frac{3}{36}$. Тогда дополнительное условие у нас выполняется в $\frac{3}{36} : \frac{25}{36} = \frac{3}{25} = 0{,}12$ случаев, когда событие A выполнено.

Задача 4:



Мы бросаем монету 10 раз

Пусть событие A – «за 10 бросков выпадет 5 орлов».

Событие B – «за 10 бросков выпадет 4 орла».

При решении этой задачи нам поможет формула Бернулли. Чтобы ее применять, надо понимать, что любые сочетания внутри события у нас равновероятны (то есть например, вероятность того, что у нас сначала выпадет 5 орлов, а потом 5 решек такая же, как то, что орел и решка будут чередоваться или же будет сначала 5 решек, потом 5 орлов). Тогда, чтобы найти искомую вероятность надо просто вероятность одного сочетания умножить на число таких сочетаний.

Вероятность одного сочетания для события A: $(\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{2})^5 = (\frac{1}{2})^{10}$

Вероятность одного сочетания для события B: $(\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^6 = (\frac{1}{2})^{10}$

Число сочетаний для события A: $C_{10}^5 = \dfrac{10!}{5! \cdot 5!} = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Число сочетаний для события B: $C_{10}^4 = \dfrac{10!}{4! \cdot 6!} = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Тогда искомая величина: $\dfrac{P(A)}{P(B)} = \dfrac{C_{10}^5 \cdot (\frac{1}{2})^{10}}{C_{10}^4 \cdot (\frac{1}{2})^{10}} = \dfrac{\frac{10!}{5! \cdot 5!}}{\frac{10!}{6! \cdot 4!}} = \dfrac{6! \cdot 4!}{5! \cdot 5!} = \dfrac{6}{5} = 1{,}2.$

Задача 5

Обозначим за «+», что игрок выбросил в данной попытке нужную комбинацию, за «−», что не выбросил. Тогда за 2 попытки мы можем получить 4 варианта исходов $++, +-, -+, --$. В первых трёх случаях у нас будет комплимент, в последнем нет. Тогда разумнее посчитать вероятность того, что комплимент игрок не получит и зная ее, найти нужную нам вероятность. Найдём вероятность того, что комплимента не будет. Всего у нас вариантов выпадения кубиков в одной попытке – 36, а чтобы не выпало «5» и «6» у нас есть 34 исхода. Все исходы кроме исхода «5» и «6» (5 – на первом кубике и 6 на втором) и исхода «6» и «5» (6 на первом кубике и 5 на втором). Вероятность того, что комбинация «5» и «6» не выпадет за 2 попытки равна: $\frac{34}{36} \cdot \frac{34}{36} = \frac{17}{18} \cdot \frac{17}{18} = \frac{289}{324}$. Тогда вероятность получить комплимент: $1 - \frac{289}{324} = \frac{35}{324} \approx 0{,}11$.

Задача 6

Событие A – кубик бросили один раз. Событие B – при нескольких бросаниях кубика в сумме выпало 4 очка. Мы ищем вероятность события $A|B$ – кубик бросили 1 раз, при условии, что выпало 4 очка. По формуле условной вероятности $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$, где событие AB – кубик бросили 1 раз и выпало 4 очка. Вероятность события $P(AB) = \frac{1}{6}$. Найдём вероятность события B. Варианты выпадения четвёрки:
1) выпало 4 очка. Вероятность этого $\frac{1}{6}$.
2) при первом бросании выпало 3 очка, при втором бросании выпало 1 очко. Для этого должно случиться два независимых события «при первом бросании выпало 3 очка», «при втором бросании выпало 1 очко». Вероятность наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.
3) при первом бросании выпало 1 очко, при втором бросании выпало 3 очка. Для этого должно случиться два независимых события «при первом бросании выпало 1 очко», «при втором бросании выпало 3 очка». Вероятность наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.
4) при первом бросании выпало 2 очка, при втором бросании выпало 2 очка. Для этого должно случиться два независимых события «при первом бросании выпало 2 очка», «при втором бросании выпало 2 очка». Вероятность наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.
5) при первом бросании выпало 1 очко, при втором бросании выпало 1 очко, при третьем бросании выпало 2 очка. Для этого должно случиться три независимых события «при первом бросании выпало 1 очко», «при втором бросании выпало 1 очко», «при третьем бросании выпало 2 очка». Вероятность наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.

6) при первом бросании выпало 1 очко, при втором бросании выпало 2 очка, при третьем бросании выпало 1 очко. Для этого должно случиться три независимых события «при первом бросании выпало 1 очко», «при втором бросании выпало 2 очка», «при третьем бросании выпало 1 очко». Вероятность наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.
7) при первом бросании выпало 2 очка, при втором бросании выпало 1 очко, при третьем бросании выпало 1 очко. Для этого должно случиться три независимых события «при первом бросании выпало 2 очка», «при втором бросании выпало 1 очко», «при третьем бросании выпало 1 очко». Вероятность наступления трёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.
8) при первом бросании выпало 1 очко, при втором бросании выпало 1 очко, при третьем бросании выпало 1 очко, при четвёртом бросании выпало 1 очко. Для этого должно случиться четыре независимых события «при первом бросании выпало 1 очко», «при втором бросании выпало 1 очко», «при третьем бросании выпало 1 очко», «при четвёртом бросании выпало 1 очко». Вероятность наступления четырёх независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.
Таким образом, $P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$
Для каждого варианта выпишем соответствующую вероятность выпадения:

4	$\frac{1}{6}$
13	$\frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6}$
31	$\frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6}$
22	$\frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6}$
112	$\frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6}$
121	$\frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6}$
211	$\frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6}$
1111	$\frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6} \bullet \frac{1}{6}$

Тогда искомая вероятность $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1/6}{\frac{1}{6}+\frac{3}{36}+\frac{3}{216}+\frac{1}{1296}} = \frac{216}{216+108+18+1} = \frac{216}{343} \approx 0{,}63$.

Задача 7

Нам потребуется два броска, в следующих случаях:
1) при первом броске выпало 1 очко, при втором броске выпало 3, 4, 5 или 6 очков. Вероятность этого равна произведению вероятностей двух независимых событий: событие A – «при первом броске выпало 1 очко», событие B – «при втором броске выпало 3, 4, 5 или 6 очков». $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{4}{6}$. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6}$

2) при первом броске выпало 2 очка, при втором броске выпало: 2, 3, 4, 5 или 6. Вероятность этого равна произведению вероятностей двух независимых событий: событие A – «при первом броске выпало 2 очка», событие B – «при втором броске выпало 2, 3, 4, 5 или 6 очков». $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{5}{6}$. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$
3) при первом броске выпало 3 очка, при втором всё, что угодно. Вероятность этого: $\frac{1}{6}$.
Тогда итоговая вероятность равна сумме вероятностей трех подходящих нам событий: $\frac{1}{9} + \frac{5}{36} + \frac{1}{6} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \approx 0{,}42$

Задача 8

Вариант 1:

Нам удастся передать сообщение не более чем за две попытки, в следующих случаях:
1) Сообщение придёт с первой попытки. Вероятность этого 0,4.
2) Сообщение не придёт с перовой попытки, но придёт со второй попытки. Это случится при одновременном наступлении двух независимых событий: событие A – при первой попытке сообщение не придёт. Вероятность этого: $P(A) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$, событие B – при второй попытке сообщение придёт. Вероятность этого: $P(B) = 0{,}4$.
Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$.
Так как первый и второй случай несовместны, то искомая вероятность равна сумме вероятностей наступления этих двух случаев: $0{,}4 + 0{,}24 = 0{,}64$.

Вариант 2:

С вероятностью равной 1 можно сказать, что сообщение удастся передать за две попытки или не удастся передать за две попытки. Найдёт вероятность того, что сообщение не удастся передать за две попытки. Это случится при одновременном наступлении двух независимых событий: событие A – «при первой попытке не удастся передать сообщение». Вероятность этого: $P(A) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$. Событие B – «при второй попытке не удастся передать сообщение». Вероятность этого: $P(B) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$.
Так как сообщение можно либо передать за две попытки, либо не передать за две попытки. Вероятность того, что сообщение удастся передать за две попытки: $1 - 0{,}36 = 0{,}64$.

Задача 9:

Вариант 1:

Пусть событие A – «тест положительный», событие B – «пациент болен», $B|A$ – «пациент болен при условии, что тест положительный», $A|B$ – «тест положительный при условии, что пациент болен », $A \cap B$ – «пациент болен и тест положительный (одновременные события)».

По условию задачи мы знаем, что $P(A) = 0{,}1$ и что $P(A|B) = 0{,}86$

Пусть x – вероятность того, что поступивший пациент болен, $1 - x$ – вероятность того, что поступивший пациент здоров. Если пациент больной, то для него тест будет положительный с вероятностью $x \cdot 0{,}86$. Если пациент здоров, то тест будет положительным с вероятностью $(1 - x) \cdot (1 - 0{,}94)$. Тогда, $x \cdot 0{,}86 + (1 - x) \cdot 0{,}06 = 0{,}1 \Rightarrow 0{,}86x - 0{,}06x = 0{,}1 - 0{,}06 \Rightarrow 0{,}8x = 0{,}04 \Rightarrow x = 0{,}05$

Мы нашли вероятность того, что пациент болен. Теперь наша задача – найти вероятность того, что пациент болен при условии, что тест положительный.

Искомая вероятность по определению: $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{0{,}86 \cdot 0{,}05}{0{,}1} = \frac{0{,}86}{2} = 0{,}43$.

Вариант 2:

Пусть у нас 10000 пациентов.

Пусть число x показывает среднее количество поступивший пациентов, которые больны, число $10000 - x$ показывает среднее количество поступивший пациентов, которые здоровы. Среди больных пациентов в среднем тест будет положительный у $0{,}86 \cdot x$. Среди здоровых пациентов в среднем тест будет положительным у $(1 - 0{,}94 \cdot 10000 - x$. Тогда, $0{,}86 \cdot x + 0{,}06 \cdot (10000 - x) = 0{,}1 \cdot 10000 \Rightarrow 0{,}86x - 0{,}06x = 1000 - 600 \Rightarrow 0{,}8x = 400 \Rightarrow x = 500$

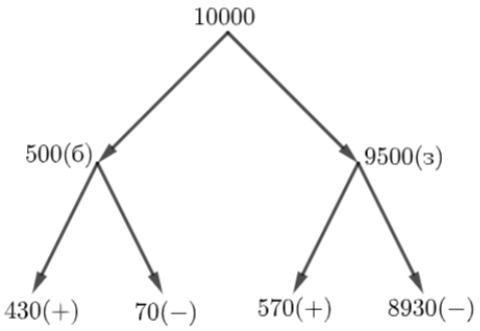
У нас получилось, что в среднем на 10000 пациентов 500 пациентов больны. Теперь наша задача – найти вероятность того, что пациент болен при условии, что тест положительный.

Среднее количество пациентов которые больны и у которых будет положительный тест $0{,}86 \cdot 500 = 430$

Среднее количество пациентов которые больны и у которых будет отрицательный тест $500 - 430 = 70$

Среднее количество пациентов которые здоровы и у которых будет положительный тест $0{,}94 \cdot 9500 = 8930$

Среднее количество пациентов которые здоровы и у которых будет отрицательный тест $9500 - 8930 = 570$



Тогда искомая вероятность: $\frac{430}{1000} = 0{,}43$.

Задача 10:

Вариант 1:

Найдем вероятность противоположного события, состоящего в том, что цель не будет уничтожена за n выстрелов. Вероятность промахнуться при каждом выстреле равна $1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Промах при одном конкретном выстреле – отдельное событие. Все события независимые. Вероятность, одновременного наступления n независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность промахнуться при всех n выстрелах равна: $0{,}8^n$.

Нам надо, чтобы эта вероятность была не больше, чем $1 - 0{,}6 = 0{,}4$. Тогда вероятность попасть будет больше, чем 0,6. Осталось найти наименьшее натуральное n, при котором решение неравенства: $0{,}8^n \leq 0{,}4$.

Последовательно проверяя значения n, равные 1, 2, 3 и т. д.:

n=1 $0{,}8^1 \leq 0{,}4 \Leftrightarrow 0{,}8 \leq 0{,}4$-неверно

n=2 $0{,}8^2 \leq 0{,}4 \Leftrightarrow 0{,}64 \leq 0{,}4$-неверно

n=3 $0{,}8^3 \leq 0{,}4 \Leftrightarrow 0{,}512 \leq 0{,}4$-неверно

n=4 $0{,}8^4 \leq 0{,}4 \Leftrightarrow 0{,}4096 \leq 0{,}4$-неверно

n=5 $0{,}8^5 \leq 0{,}4 \Leftrightarrow 0{,}32768 \leq 0{,}4$-верно

находим, что искомым решением является n=5. Следовательно, стрелку необходимо 5 патронов.

Вариант 2:

Вероятность, что мы поразим мишень, затратив 1 выстрел равна 0,2. Вероятность, что мы поразим мишень, затратив ровно 2 выстрела равна: $0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}16$ (Нам нужно промахнуться 1 выстрелом. Вероятность этого $1 - 0{,}2 = 0{,}8$ и попасть вторым. Вероятность того, что это произойдёт одновременно, равна произведению вероятности этих событий.). Вероятность поразить мишень затратив ровно 3 выстрела равна: $0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}128$ (нам надо промахнуться 1 и 2 выстрелами и попасть 3). Вероятность поразить мишень 4 выстрелом равна: $0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}1024$ (нам надо промахнуться 1, 2 и 3 выстрелами и попасть 4). И т.д.

Тогда вероятность того, что для поражения мишени нам хватит одного выстрела равна 0,2.

Вероятность того, что нам хватит одного или двух выстрелов равна: $0{,}2 + 0{,}16 = 0{,}36$.

Вероятность того, что нам хватит одного, двух или трёх выстрелов равна:
$0{,}2 + 0{,}16 + 0{,}128 = 0{,}488$.

Вероятность того, что нам хватит одного, двух, трёх или четырёх выстрелов равна:
$0{,}2 + 0{,}16 + 0{,}128 + 0{,}1024 = 0{,}5904$.

Вероятность того, что нам хватит одного, двух, трёх, четырёх или пяти выстрелов равна:
$0{,}5904 + 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}5904 + 0{,}08192 = 0{,}67232$.

Считаем всё до тех пор, пока вероятность не будет больше либо равна 0,6. При 5 выстреле сумма вероятностей будет больше 0,6. Поэтому для поражения цели с вероятностью больше или равной 0,6, стрелку понадобится 5 патронов.

Задача 11

Вариант 1:

Нам нужно найти вероятность события: ККС. Вероятность вытащить первым красный фломастер равна $\frac{4}{6}$. Вероятность, того, что вторым мы тоже вытащим красный фломастер: $\frac{3}{5}$ (у нас осталось 3 красных фломастера из 5 возможных). Вероятность, что третьим мы вытащим синий фломастер при выполнении первых двух условий: $\frac{2}{4}$ (у нас 2 синих фломастера из 4 возможных). Тогда искомая вероятность трёх независимых событий: $\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{5} = 0{,}2$.

Вариант 2:

У нас есть всего 6 позиций для фломастеров. Для того, чтобы получить благоприятный исход, мы должны на первые 2 позиции поместить красные фломастеры, а на третью – синий фломастер. Тогда свободны у нас оставшиеся 3 позиции, на каждую из которых мы можем поместить оставшийся синий фломастер (СКК, КСК, ККС). То есть у нас есть 3 благоприятных исхода. Всего же места для синих фломастеров мы можем выбрать C_6^2 различными способами. Значит, искомая вероятность: $\dfrac{3}{C_6^2} = \dfrac{3}{\frac{6!}{4! \cdot 2!}} = \dfrac{3}{15} = 0{,}2$.

Задача 12:

Найдем вероятность того, что стрелок за 2 выстрела не поразит мишень. Так как вероятность поразить мишень каждым выстрелом равна 0,6, то вероятность промаха каждым выстрелом равна $1 - 0{,}6 = 0{,}4$ Тогда вероятность того, что стрелок не поражает мишень за 2 выстрела равна $0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$.

Теперь мы можем найти вероятность того, что цель будет поражена одним или двумя выстрелами. Она равна $1 - 0{,}16 = 0{,}84$

С помощью формулы Бернулли найдем вероятности событий «стрелок поразит ровно 5 мишеней» и «стрелок поразит ровно 4 мишени».
Вероятность события «стрелок поразит ровно 5 мишеней»: $0{,}84^5$
Для второго события мишень, которую стрелок не поразил, можно выбрать 5 способами, поэтому вероятность события «стрелок поразит ровно 4 мишени»: $5 \cdot 0{,}84^4 \cdot 0{,}16$
Отношение вероятностей: $\frac{0{,}84^5}{5 \cdot 0{,}84^4 \cdot 0{,}16} = \frac{0{,}84}{0{,}8} = 1{,}05$.

Задача 13:
Вариант 1:
Всего у нас имеется $10 + 9 + 6 = 25$ фломастеров.
Обозначим событие «вытаскивают синий фломастер» буквой «С», а событие «вытаскивают красный фломастер» буквой «К». Если мы вытаскиваем 2 фломастера благоприятными для нас являются 2 исхода: СК и КС. Найдем вероятность выпадения каждого.
Для события СК: вероятность первым вытащить синий фломастер равна $\frac{10}{25}$, а вероятность при этом вытащить вторым красный фломастер равна $\frac{9}{24}$ (так как один фломастер уже вытащили, в коробке остается 24 фломастера). Тогда вероятность события СК равна $\frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24}$
Аналогично, для события КС: вероятность первым вытащить красный фломастер равна $\frac{9}{25}$, а вероятность при этом вытащить вторым красный фломастер равна $\frac{10}{24}$ (так как один фломастер уже вытащили, в коробке остается 24 фломастера). Тогда вероятность события КС равна $\frac{9}{25} \cdot \frac{10}{24}$
Искомая вероятность:$\frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} + \frac{9}{25} \cdot \frac{10}{24} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 9}{24 \cdot 25} = 0{,}3$.

Вариант 2:
Комбинаторное решение: Выбрать на первую позицию синий фломастер мы можем 10 способами, на вторую позицию красный – 9 способами. Тогда у нас будет $10 \cdot 9 = 90$ способов выбрать комбинацию СК. На первую позицию красный фломастер мы можем выбрать 9 способами, на вторую позицию синий – 10 способами. Тогда у нас будет $9 \cdot 10 = 90$ способов выбрать комбинацию КС. Таким образом, у нас есть $90 + 90 = 180$ благоприятных нам исходов.
Найдем теперь общее количество исходов. На первую позицию мы можем выбрать фломастер 25 способами, на вторую 24 (один уже вытащили). Тогда общее число исходов равно $25 \cdot 24 = 600$.
Искомая вероятность: $\frac{180}{600} = 0{,}3$.

Задача 14:

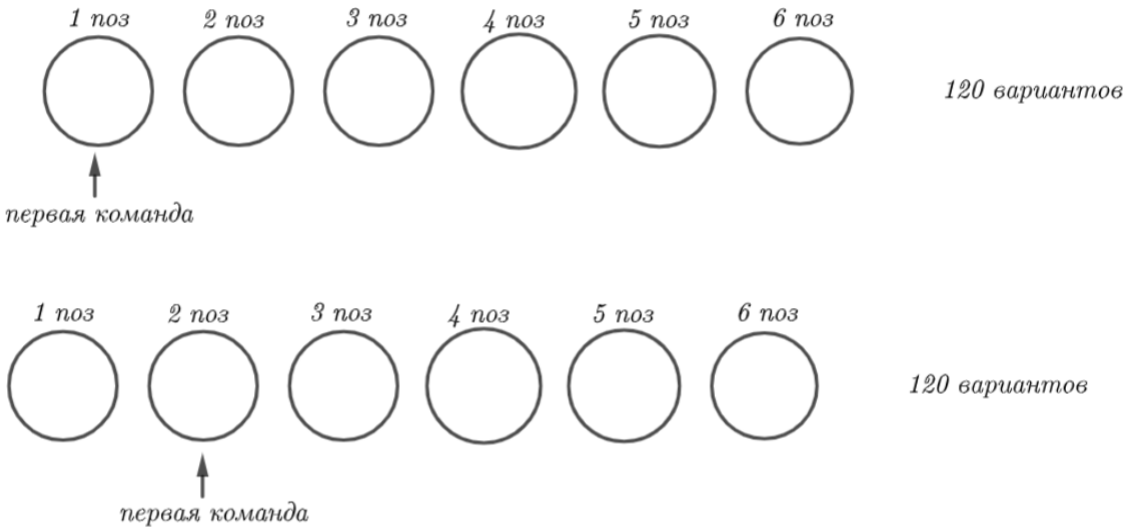
Вариант 1:

Пронумеруем команды от 1 до 6 в соответствии с их силой (первая команда – самая сильная, шестая – самая слабая).

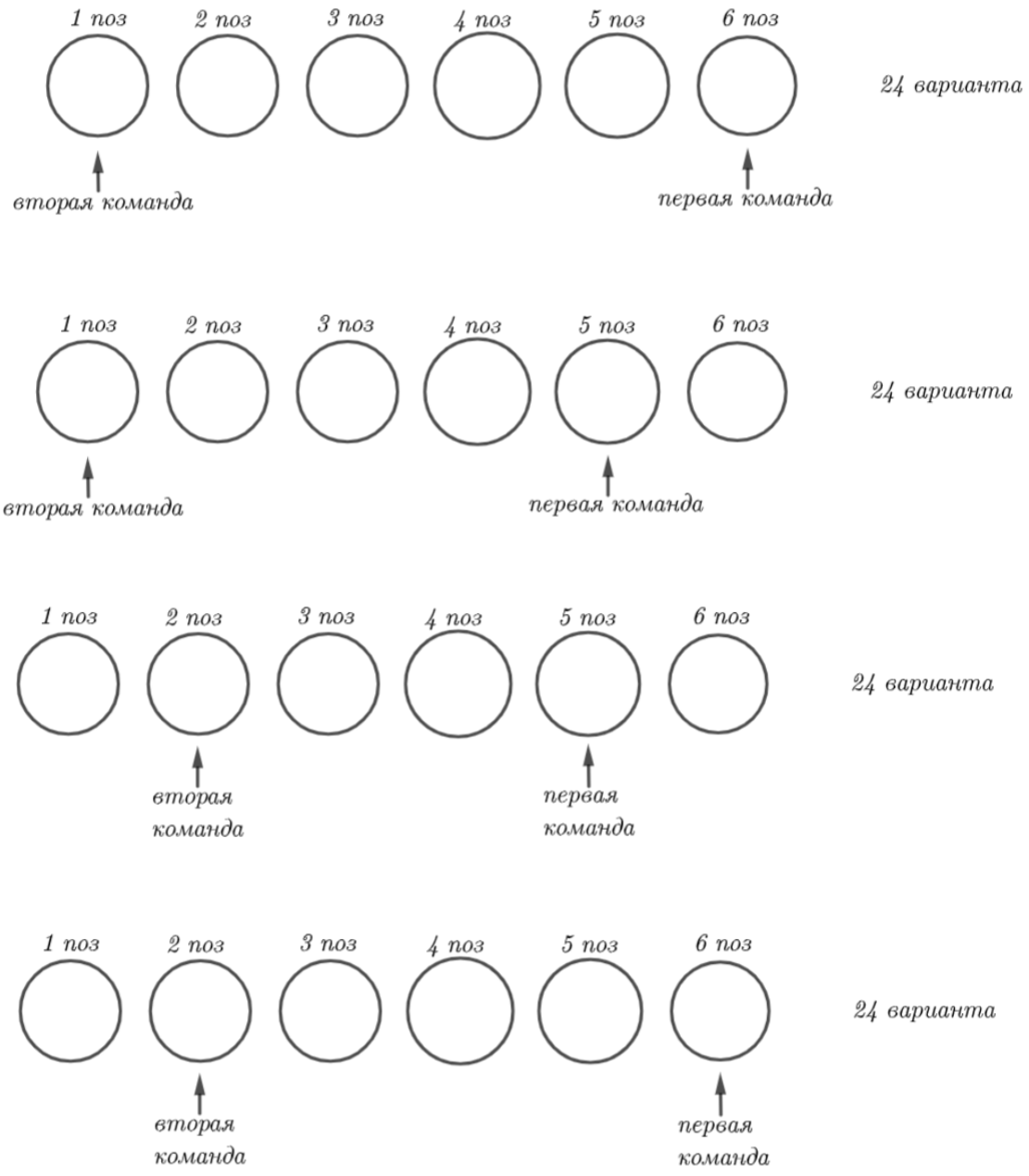
Тогда 3 победы подряд у нас могут одержать:

1. Первая команда
2. Вторая команда, при условии, что ее соперником в этих 3 играх не была первая команда.
3. Третья команда, если среди ее соперников в этих 3 игр не было ни первой, ни второй команды.

Рассмотрим наглядно каждую из этих ситуаций.



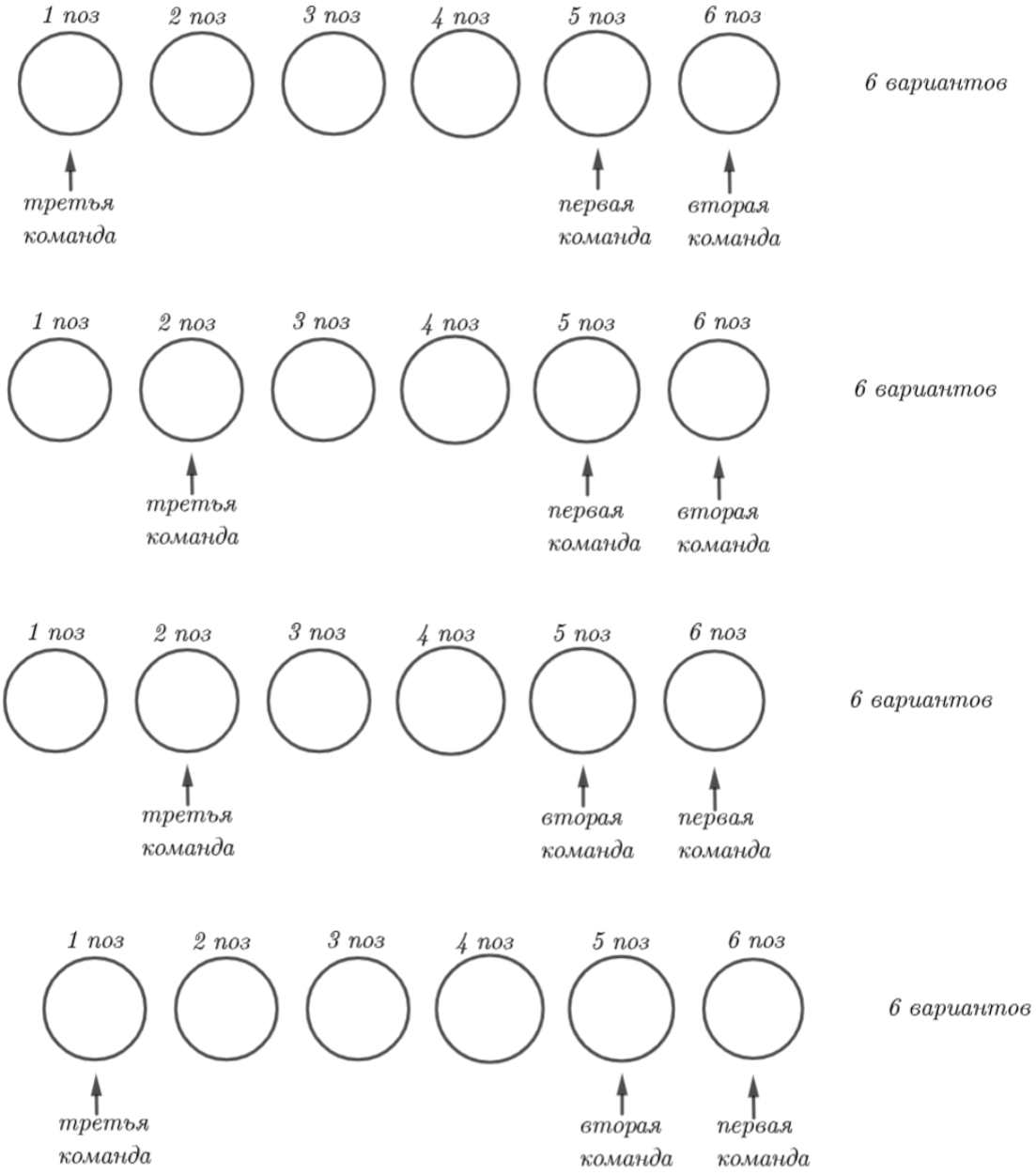
На рисунке, команда стоящая на первой позиции сначала играет с командой, стоящей на второй позиции, потом победитель играет с командой, стоящей на третьей позиции и т.д. Тогда, если команда А является самой сильной, то она должна находиться на первой или второй позиции, чтобы условие задачи выполнялось. В каждом из этих случаев, мы можем на оставшиеся места расставлять команды в любом порядке, так как команда А в любом случае победит каждую из остальных. Это можно сделать $5! = 120$ способами, для каждой из ситуаций, то есть в сумме $120 + 120 = 240$ вариантов. При этом в каждом из этих вариантов команда А выиграет еще и четвертую игру, так как она самая сильная.



Рассмотрим теперь вторую ситуацию. В ней команда A должна быть второй по силе и занимать либо первую, либо вторую позицию и при этом самая сильная команда не должна попасться команде A в соперники в первых трех играх, то есть самая сильная команда будет занимать либо пятую, либо шестую позицию.

В каждой из ситуаций у нас будут заняты 2 позиции из 6, а на оставшиеся 4 позиции мы можем распределить оставшиеся команды $4! = 24$ способами. Таких вариантов будет 4 (вторая по силе команда на первой позиции, а первая по силе на шестой; вторая по силе на первой позиции, а первая по силе на пятой; вторая по силе на второй позиции, а первая по силе на пятой; и наконец вторая по силе на второй позиции, а первая по силе на шестой). Таким образом, всего у нас есть $24 \cdot 4 = 96$ способов, при котором команда

А в этой ситуации выиграет первые 3 игры. Далее, в случаях 2 и 3, команда А попадет в четвертой игре на самую сильную команду и проиграет, а в случаях 1 и 4 попадет на какую-то другую команду и эту игру выиграет. То есть из этих 96 способов ровно в половине (48) команда А одержит победу.



У нас осталась третья ситуация. В этом случае, команда А является третьей по силе и занимает первую или вторую позицию, а первые две по силе команды занимают пятую и шестую позицию. Тогда 3 места однозначно у нас оказываются заняты, а оставшиеся 3 места могут занять 3 других команды $3! = 6$ способами. Таких случаев у нас окажется 4 (третья по силе команда на первой позиции, самая сильная – на пятой, а вторая по силе – на шестой; третья по силе команда на второй позиции, самая сильная – на пятой, а вторая по силе на шестой; третья по силе команда на второй позиции, вторая по силе – на пятой, а самая сильная – на шестой; и наконец третья по силе команда на первой позиции, вторая по силе – на пятой позиции, а самая сильная – на шестой). Тогда всего у нас для третьей ситуации получается $6 \cdot 4 = 24$ варианта, при котором команда А выиграет первые 3 игры. При этом четвертую игру она в любом случае проигрывает, так как попадает всегда в ней на более сильную команду.

Таким образом, всего вариантов, при котором команда А выигрывает у нас 3 первые игры подряд у нас оказывается: $240 + 96 + 24 = 360$

Вариантов, в которых команда А выигрывает и четвертую игру тоже: $240 + 48 + 0 = 288$

Искомая вероятность равна $\frac{288}{360} = \frac{4}{5} = 0{,}8$.

Вариант 2:

Рассмотрим ситуацию, что интересующая нас команда уже одержала 3 победы подряд. Тогда возможны 2 события:

1. Событие A – команда одерживает четвертую победу подряд.
2. Событие B – команда проигрывает четвертую игру.

События A и B несовместны, поэтому $P(A) + P(B) = 1$.

Чтобы выполнялось событие В, команда, стоящая на пятой позиции, должна быть сильнее интересующей нас команды и еще трех команд, которые уже проиграли нашей команде. Вероятность, что самая сильная команда из 5 рассмотренных займет именно пятую позицию составляет $\frac{1}{5}$. Тогда $P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0{,}8$.

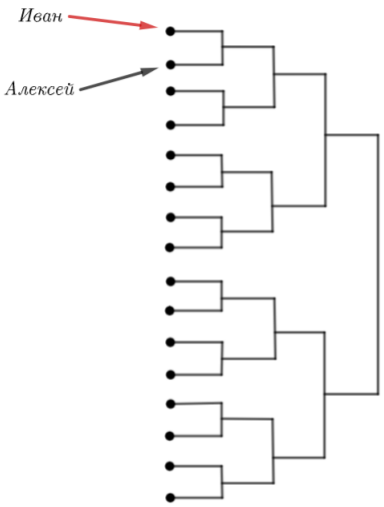
Задача 15:

Вариант 1:

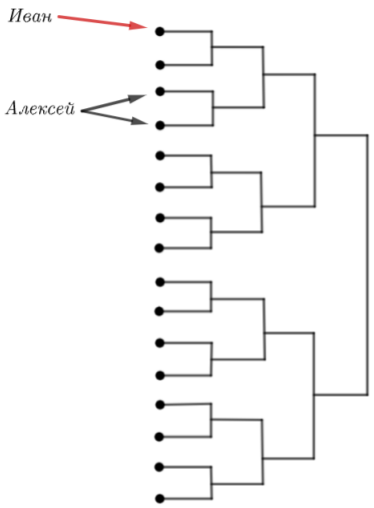
Изобразим нашу ситуацию. Точками отметим возможные позиции для игроков. Каждый новый уровень (круг) – новая игра.

Алексей и Иван могли встретиться в I, II, III круге или в финале.

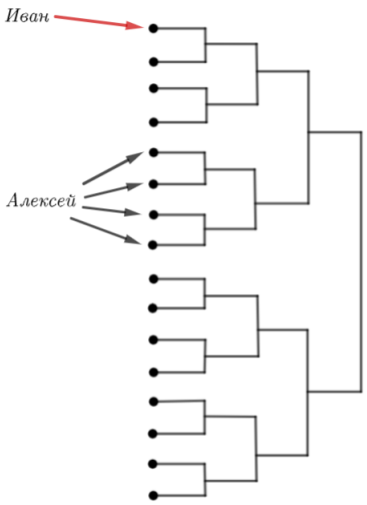
Найдем вероятность, что Алексей и Иван встретились в I круге: Предположим, что Иван занял какое-то из мест. Будем считать, что это самое верхнее место в сетке. Тогда Алексей, чтобы сыграть с Иваном в этом круге, должен будет попасть с ним в пару, то есть ему подходит только одно место. Всего же у Алексея есть 15 возможных свободных мест, поэтому вероятность того, что Алексей будет в первом круге играть с Иваном равна $\frac{1}{15}$



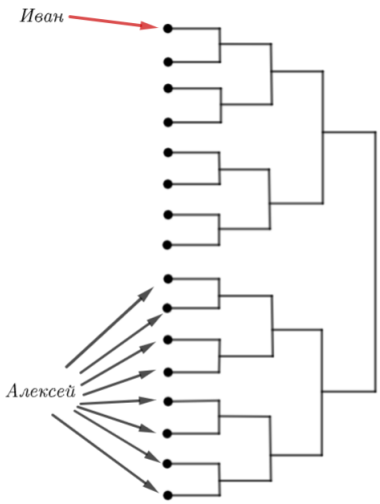
Найдем вероятность, что Алексей и Иван встретились в II круге: Предположим, что Иван занял какое-то из мест. Тогда, чтобы сыграть с Иваном во втором круге, во-первых, Алексей должен занять одно из двух мест указанных на рисунке, а во-вторых, и Иван, и Алексей должны каждый свои матчи первого круга выиграть. У нас должны наступить одновременно наступить 3 независимых события: «Алексей выиграл первый матч», «Иван выиграл первый матч» и «Иван и Алексей попали в ??». Вероятность одновременного наступления трех независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Вероятность того, что Алексей попадет в нужное место равна $\frac{2}{15}$, а вероятность того, что оба выиграют свои матчи первого круга равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$. Поэтому вероятность того, что Алексей будет во втором круге играть с Иваном равна $\frac{2}{15} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{30}$



Найдем вероятность, что Алексей и Иван встретились в III круге: Предположим, что Иван занял какое-то из мест. Тогда, чтобы сыграть с Иваном во третьем круге, во-первых, Алексей должен занять одно из четырех мест, указанных на рисунке, а во-вторых, и Иван, и Алексей должны каждый свои матчи первого и второго круга выиграть. У нас должны одновременно наступить 5 независимых события: «Алексей выиграл первый матч», «Алексей выиграл второй матч», «Иван выиграл первый матч», «Иван выиграл второй матч» и «Иван и Алексей попали в ??». Вероятность одновременного наступления пяти независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.
Вероятность того, что Алексей попадет в нужное место равна $\frac{4}{15}$, а вероятность того, что оба выиграют свои матчи первого и второго круга равна $(\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^2$. Поэтому вероятность того, что Алексей будет в третьем круге играть с Иваном равна $\frac{4}{15} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{60}$



Найдем вероятность, что Алексей и Иван встретились в финале: Предположим, что Иван занял какое-то из мест. Тогда, чтобы сыграть с Иваном в финале, во-первых, Алексей должен занять одно из восьми мест указанных на рисунке, а во-вторых, и Иван, и Алексей должны каждый свои матчи первого, второго и третьего круга выиграть. У нас должны наступить одновременно наступить 7 независимых события: «Алексей выиграл первый матч», «Алексей выиграл второй матч», «Алексей выиграл третий матч», «Иван выиграл первый матч», «Иван выиграл второй матч», «Иван выиграл третий матч» и «Иван и Алексей попали в ??». Вероятность одновременного наступления семи независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.
Вероятность того, что Алексей попадет в нужное место равна $\frac{8}{15}$, а вероятность того, что оба выиграют свои матчи первого, второго и третьего круга равна $(\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^3$. Вероятность того, что Алексей будет в финале играть с Иваном равна $\frac{8}{15} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$
Теперь складывая все полученные значения, получим ответ:
$\frac{1}{15} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{120} = \frac{15}{120} = \frac{1}{8} = 0{,}125$



Вариант 2:

Иван сыграет ровно одну игру в турнире (то есть ее проиграет) с вероятностью 0,5. Вероятность того, что его соперником в ней будет Алексей составляет $\frac{1}{15}$.

С вероятностью 0,25 Иван сыграет ровно 2 игры в турнире (первую выиграет, вторую проиграет). Алексей может попасться ему как в первой, так и во второй игре, поэтому вероятность того, что он будет соперником Ивана равна $\frac{2}{15}$.

С вероятностью 0,125 Иван сыграет ровно 3 игры (первые две выиграет, третью проиграет) в турнире. Алексей может попасться ему в любой из 3 игр с равной вероятностью, поэтому вероятность того, что он будет соперником Ивана равна $\frac{3}{15}$.

С вероятностью 0,125 Иван сыграет ровно 4 игры (первые три выиграет) в турнире. Алексей может попасться ему в любой из 4 игр с равной вероятностью, поэтому вероятность того, что он будет соперником Ивана равна $\frac{4}{15}$.

Тогда искомая вероятность равна:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{15} + \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{15} + \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{30} = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} = \frac{1}{8} = 0{,}125.$

Задача 16:

Пусть X – вероятность, того, что если текущий член нашей последовательности равен «a», то какой-нибудь член нашей последовательности станет равен «$a-1$». Эта вероятность будет одной и той же для любого значения «a»

В частности, X – вероятность, что если текущий член нашей последовательности равен «0», то какой-нибудь член нашей последовательности станет равен «-1».

Первый член нашей последовательности «0». Следующий член с вероятностью $1-p$ будет равен «-1», а с вероятностью p следующий член последовательности станет равным «1». Пусть Y – вероятность того, что мы когда-нибудь попадем в -1, если текущий член последовательности равен 1.

Тогда $X = 1 - p + p \cdot Y$.

Попробуем выразить вероятность Y через X. Разобьем этот процесс на 2 шага:

1. Сначала нужно из члена равного «1», вернуться к члену, равному «0». Вероятность из члена, равного «1», вернуться к члену, равному «0», равна X. Мы так определили X в самом начале.
2. Затем нужно из члена равного равного «0», вернуться к члену, равному «-1». Вероятность из члена, равного «0», вернуться к члену, равному «-1», так же равна X.
События, описанные в шагах 1 и 2 являются независимыми, а значит вероятность Y находится как произведение вероятностей событий в шагах 1 и 2, то есть: $Y = X \cdot X = X^2$.
Подставляем Y в исходное уравнение и получаем:
$X = 1 - p + p \cdot X^2$.
По условию $p = 0{,}8$, поэтому наше уравнение приобретает вид:
$X = 0{,}2 + 0{,}8X^2$
Решаем это уравнение:
$4X^2 - 5X + 1 = 0$
Первый корень угадывается и равен 1, второй по теореме Виета равен 0,25.
Здесь нам следует выбрать значение $X = 0{,}25$. Почему это так, можно прочитать в задаче «На краю утеса» в книге по ссылке: https://disk.yandex.ru/i/jjOLeI6Mt3MRXQ
Предположим, что мы идем по элементам нашей последовательности, начиная с первого, до тех пор, пока какой-то элемент не станет равным «-1».
Пусть P_0 – вероятность, того, что мы попадем в «-1», если текущий элемент последовательности равен «0». Из этого элемента мы с вероятностью $1 - p$ сразу попадаем в «-1», а с вероятностью p наш следующий элемент увеличивается на 1 и становится равным «1». P_1 – вероятность того, что мы попадем в -1, если текущий элемент последовательности равен 1.
Тогда $P_0 = 1 - p + p \cdot P_1$.
Попробуем определить вероятность P_1. Разобьем ее нахождение на 2 шага:
1. Вероятность из элемента, равного «1», вернуться к первоначальному состоянию, то есть к элементу, равному «0», причем необязательно за один шаг. Вероятность этого равна P_0 так как структура перехода от «1» к «0» абсолютная такая же, как от «0» к «-1».
2. Вероятность из элемента, равного «0», перейти к элементу, равному «-1». Вероятность этого равно тоже P_0.
События, описанные в шагах 1 и 2 являются независимыми, а значит вероятность P_1 находится как произведение вероятностей событий в шагах 1 и 2, то есть: $P_1 = P_0 \cdot P_0 = P_0^2$.
Подставляем P_1 в исходное уравнение и получаем:
$P_0 = 1 - p + p \cdot P_0^2$.
По условию $p = 0{,}8$, поэтому наше уравнение приобретает вид:
$P_0 = 0{,}2 + 0{,}8P_0^2$

Решаем это уравнение:
$4P_0^2 - 5P_0 + 1 = 0$
Первый корень угадывается и равен 1, второй по теореме Виета равен 0,25.
Здесь нам следует выбрать значение $P_0 = 0{,}25$. Почему это так, можно прочитать в задаче «На краю утеса» в книге по ссылке: https://disk.yandex.ru/i/jjOLeI6Mt3MRXQ

Задача 17:
Запишем все комбинации очков которые могли выпасть на первом кубике:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

Видим, что у нас есть 2 способа получить в каком-то порядке 3 и 5 при бросании первого кубика. Эти способы выделены в таблице.

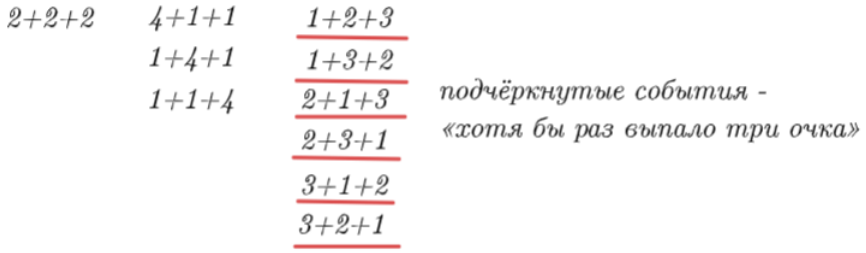
Запишем все комбинации очков которые могли выпасть на втором кубике:

	1	**1**	**3**	**3**	**5**	**5**
1	1,1	1,1	1,3	1,3	1,5	1,5
1	1,1	1,1	1,3	1,3	1,5	1,5
3	3,1	3,1	3,3	3,3	3,5	3,5
3	3,1	3,1	3,3	3,3	3,5	3,5
5	5,1	5,1	5,3	5,3	5,5	5,5
5	5,1	5,1	5,3	5,3	5,5	5,5

Видим, что у нас есть 8 способов получить в каком-то порядке 3 и 5 при бросании второго кубика. Значит у нас есть 10 способов получить в каком-то порядке 3 и 5 при бросании первого или второго кубика. Благоприятными для события «бросали второй кубик» являются 8 исходов. Тогда искомая вероятность: $\frac{8}{10} = 0{,}8$.

Задача 18

При трёх бросках игрального кубика 6 очков можно получить 10 способами. Перечислим их:



Тогда для события «хотя бы раз выпало 3 очка» благоприятными являются 6 исходов. Всего возможных исходов 10.
Тогда искомая вероятность: $\frac{6}{10} = 0{,}6$.

Задача 19

Пусть в городе проживает x – жителей. Из них 48% мужчины и $100\% - 48\% = 52\%$ женщины. Тогда мужчин в городе $0{,}48x$, а женщин $0{,}52x$. Всего пенсионеров в городе 12,6%, тогда их количество $0{,}126x$. Женщинами-пенсионерами являются 15% от общего количетва женщин, то есть от $0{,}52x$. Тогда количество женщин пенсионеров $0{,}15 \cdot 0{,}52x = 0{,}078x$. Тогда количество мужчин-пенсионеров $0{,}126x - 0{,}078x = 0{,}048x$. Выбрать мужчину пенсионера можно $0{,}048x$ способами. Тогда для события «выбранный мужчина является пенсионером» благоприятными являются $0{,}048x$ исходов. Всего способов выбрать мужчину у нас $0{,}48x$. То есть у нас $0{,}48x$ возможных исходов. Тогда искомая вероятность: $\frac{0{,}048x}{0{,}48x} = 0{,}1$.

Задача 20

Найдём вероятность того, что при покупке очередного яйца Маше достанется принцесса, которая у неё уже есть. У данного события, два благоприятных исхода (две принцессы, которые у Маши уже есть) из 10 возможных принцесс. Вероятность этого: $\frac{2}{10} = 0{,}2$
Найдём вероятность того, что при покупке очередного яйца Маше достанется принцесса, которой у неё еще нет. У данного события, 8 благоприятных исхода (восемь принцесс, которых у Маши еще нет) из 10 возможных принцесс. Вероятность этого: $\frac{8}{10} = 0{,}8$
Маше для получения следующей принцессы придётся купить два или три яйца в случае наступления одного из двух событий:

1. «В первом купленном яйце попадётся принцесса, которая у Маши уже есть». «Во втором купленном яйце попадётся принцесса, которой у Маши еще нет».
2. «В первом купленном яйце попадётся принцесса, которая у Маши уже есть». «Во втором купленном яйце попадётся принцесса, которая у Маши уже есть». «В третьем купленном яйце попадётся принцесса принцесса, которой у Маши еще нет».

Первое из данных событий наступает при одновременном наступлении двух независимых событий: «В первом киндер-сюрпризе попадается принцесса, которая есть у Маши» и «Во втором киндер-сюрпризе Маше достаётся новая принцесса». Вероятность одновременного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}16$

Второе из данных событий наступает при одновременном наступлении трёх независимых событий: «В первом киндер-сюрпризе попадается принцесса, которая есть у Маши», «Во втором яйце Маше достаётся Принцесса, которая есть у Маши», «В третьем яйце Маше достанется принцесса, которая уже у неё есть». Вероятность одновременного наступления трёх независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}032$

Так как первое и второе событие не могут наступить одновременно, то вероятность того, что хотя бы одно из этих двух событий наступит – это сумма вероятностей этих событий. Тогда искомая вероятность: $0{,}16 + 0{,}032 = 0{,}192$.

Задача 2 из банка ЕГЭ

Задача 1

Составим таблицу, в которой отметим события, соответствующие условию «сумма выпавших очков равна 8»:

число 1 раз \ число 2 раз	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
5	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
6	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

Выделив в таблице те исходы, которые соответствуют условию «сумма выпавших очков равна 8». Оно выполняется в 5 случаях из 36 возможных, значит искомая вероятность: $\frac{5}{36} \approx 0{,}13888....$ Округлим до сотых: 0,14.

Задача 2

Обозначим выпадение орла буквой О, а выпадение решки буквой Р. Всего возможных исходов — четыре: ОО, ОР, РО, РР. Решка выпадает ровно один раз в двух случаях: ОР и РО. У нас ровно два благоприятных исхода из 4 возможных. Поэтому вероятность того, что решка выпадет ровно 1 раз, равна $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Задача 3

Первое место могут занять 20 различных спортсменов. Благоприятным исходом для нас является исход, когда на первом месте выступает спортсмен из Китая. Таким образом у нас $20 - 8 - 7 = 5$ благоприятных исходов из 20 возможных. Т.к. все исходы разно вероятны, то вероятность тогда, что первым будет выступать спортсмен из Китая, равна $\frac{5}{20} = 0{,}25$.

Задача 4

В среднем из $2982 + 18 = 3000$ садовых насосов, поступивших в продажу, 18 неисправны. Для события «случайно выбранный насос неисправен» у нас есть 18 благоприятных исходов из 3000 возможных. Все исходы равновероятны, значит, вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна $\frac{18}{3000} = 0{,}006$.

Задача 5

В среднем фабрика выпускает $100 - 8 = 92$ качественных сумок из 100 возможных. Для события «случайно выбранная сумка не имеет дефектов» у нас есть 92 благоприятных случаев из 100. Таким образом, вероятность того, что случайно выбранная сумка не имеет дефектов: $\frac{92}{100} = 0{,}92$.

Задача 6

Всего участвует $4 + 7 + 9 + 5 = 25$ спортсменов. Таким образом, выступать первыми с одинаковой вероятностью могут 25 различных спортсменов. Из них нас устроит 9 спортсменов из Швеции. Для события «спортсмен выступающий первым окажется из Швеции» у нас есть 9 благоприятных исходов из 25 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из Швеции: $\frac{9}{25} = 0{,}36$.
Примечание: из этого решения видно, что вероятность выступать первым, такая же как выступать последним, вторым или любым другим по счёту.

Задача 7

За первые три дня будет прочитан $17 \cdot 3 = 51$ доклад, на последние два дня планируется $75 - 51 = 24$ доклада. Поэтому на последний день запланировано $\frac{24}{2} = 12$ докладов. У нас есть 75 мест для доклада профессора М, благоприятных из них последние 12.

Т.к. все исходы равновероятны, значит, вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна: $\frac{12}{75} = 0{,}16$.

Задача 8

За первый день выступят 6 исполнителей, на последние четыре дня планируется $50-6=44$ доклада. Поэтому на третий день запланировано $\frac{44}{4} = 11$ докладов. У нас есть 50 мест для выступления исполнителя из России, благоприятных из них 11, которые будут в третий день. Т.к. все исходы равновероятны, значит, вероятность того, что выступления исполнителя из России окажется запланированным на третий день конференции, равна: $\frac{11}{50} = 0{,}22$.

Задача 9

Всего участников конференции и мест для выступления $3+3+4=10$. Для того что бы докладчик из России выступал восьмым, кто-то 1 из 3 докладчиков должен выступать восьмым. Вероятность для каждого из них оказаться на 1 определенном месте, а именно на восьмом, из 10 возможных $\frac{1}{10} = 0{,}1$. Так как докладчиков из России 3, а восьмым выступает только один из них, то искомая вероятность находится, как сумма вероятностей для каждого из них $0{,}1+0{,}1+0{,}1=0{,}3$.

Задача 10

В первом туре Руслан Орлов может сыграть с $26-1=25$ бадминтонистами (сам с собой он сыграть не сможет), из которых $10-1=9$ из России. У нас 9 благоприятных исходов из 25. Значит, вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна: $\frac{9}{25} = 0{,}36$.

Задача 11

Из 25 билетов 11 содержат вопроса по теме "Ботаника". У нас есть 11 благоприятных события из 25. Поэтому вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопроса вопроса по теме "Ботаника равна: $\frac{11}{25} = 0{,}44$.

Задача 12

Из 25 билетов 15 не содержат вопроса по теме "Неравенства". У нас есть 15 благоприятных события из 25. Поэтому вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме "Неравенства равна: $\frac{15}{25} = 0{,}6$.

Задача 13

Всего участвует 25 спортсменов. Таким образом, выступать шестым с одинаковой вероятностью могут 25 различных спортсменов. Из них нас устроит 9 прыгунов из Парагвая. Для события «спортсмен выступающий шестым окажется из Парагвая» у нас

есть 9 благоприятных исходов из 25 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность того, что последним будет выступать спортсмен из Китая: $\frac{9}{25} = 0{,}36$.

Задача 14

Натуральных чисел от 10 до 19 десять ($19 - 10 + 1 = 10$ или можно просто выписать все эти числа и убедиться в этом), из них на 3 делятся три числа: $12, 15, 18$. Искомая вероятность равна: $\frac{3}{10} = 0{,}3$.

Задача 15

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Д — Дания, Ш — Швеция, Н — Норвегия): ...Д...Ш...Н..., ...Д...Н...Ш..., ...Ш...Н...Д..., ...Ш...Д...Н..., ...Н...Д...Ш..., ...Н...Ш...Д... . Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях: ...Ш...Н...Д..., ...Н...Ш...Д... .
У нас есть 2 благоприятных исхода из 6 возможных. Т.к. все исходы равновероятны (группы будут распределены случайным образом). Вероятность того, что Дания будет выступать после Швеции и Норвегии равна: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}33...$.

Задача 16

В запасной аудитории олимпиаду пишут $250 - 120 - 120 = 10$ участников. Для события «случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории» благоприятны 10 мест, которые может занять участник из 250 возможных. Все исходы равновероятны, поэтому вероятность «писать олимпиаду в запасной аудитории» равна $\frac{10}{250} = 0{,}04$.

Задача 17

Пусть Андрей уже оказался в какой-то группе, тогда в этой группе есть еще 12 мест, которые может занять Сергей. Общее число мест, которые может занять Сергей равно $26 - 1 = 25$ (так как Андрей уже занял одно место). Поэтому для события «Андрей и Сергей окажутся в одной группе» у нас есть 12 благоприятных исходов из 25 возможных. Все исходы равновероятны. Получаем значение искомой вероятности $\frac{12}{25} = 0{,}48$.

Задача 18

Машин желтого цвета с чёрными надписями $23 = 50 - 27$, всего машин 50. Для события «на случайный вызов приедет такси жёлтого цвета с чёрными надписями» у нас есть 23 благоприятных исходов из 50 возможных. Все исходы равновероятны. Поэтому вероятность равна: $\frac{23}{50} = 0{,}46$.

Задача 19

Будем считать, что жребий выглядит так: каждый турист достанет из шапки бумажку, на которой будет написано полетит ли он первым рейсом вертолёта или нет. Всего

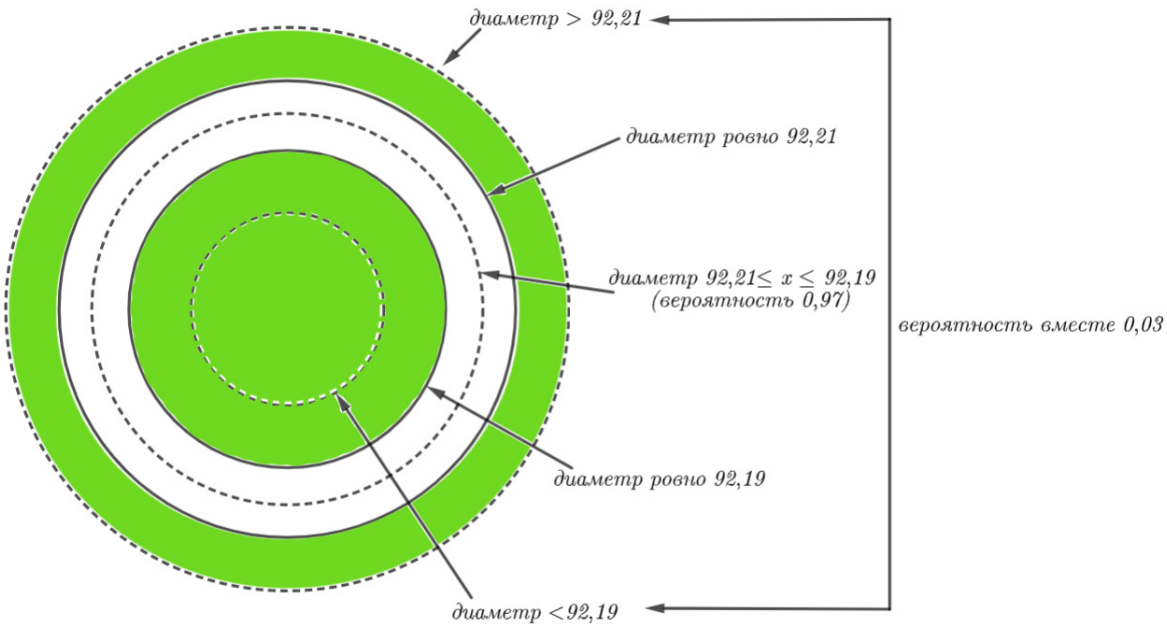
бумажек 30. Вытянув шесть из них, турист пойдёт в магазин. Турист П. с равной вероятностью может вытянуть любую из 30 бумажек. Для туриста П. существует шесть благоприятных исхода из 30 возможных. Значит вероятность того, что турист П. пойдёт в магазин $\frac{6}{30} = 0{,}2$.

Задача 20

Вычислим частоту события «гарантийный ремонт» в этом городе, поделив кол-во поступивших проигрывателей на общее число проданных проигрывателей: $\frac{51}{1000} = 0{,}051$. Вычитая из полученной частоты вероятность гарантийного ремонта, получим ответ: $0{,}051 - 0{,}045 = 0{,}006$.

Задача 21

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965. Искомая вероятность – это вероятность противоположного события. Она равна $1 - 0{,}965 = 0{,}035$.



Задача 22

С вероятностью 1 можно сказать, что «температура тела здорового человека ниже чем 36,8°C» или «температура тела здорового человека равна 36,8°C или выше». Из условия известно, что вероятность события «температура тела здорового человека ниже чем 36,8°C» – 0,81. Искомая вероятность – вероятность противоположных событий. Она равна $1 - 0{,}81 = 0{,}19$.

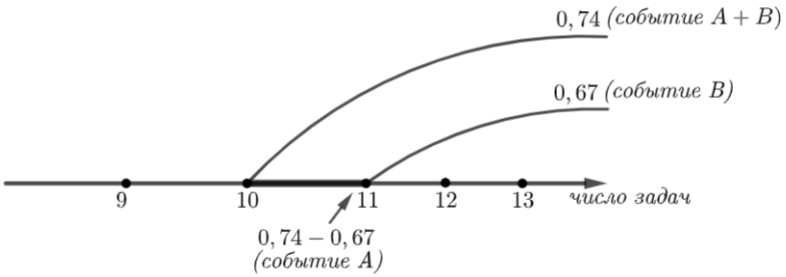
Задача 23

Вариант 1:

Рассмотрим события A = «учащийся решит 11 задач» и B = «учащийся решит больше 11 задач». Тогда объединение событий $A+B$ = «учащийся решит больше 10 задач». События A и B не могут наступить одновременно (действительно, нельзя решить одновременно ровно 11 задач и больше 11 задач), поэтому вероятность наступления одного из двух этих событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$. Тогда, используя данные задачи, получаем:

$0{,}74 = P(A) + 0{,}67$, откуда $P(A) = 0{,}74 - 0{,}67 = 0{,}07$.

Это можно проиллюстрировать на координатной прямой для числа задач. Построим координатную прямую, на которой отметим число решённых задач и их вероятность. Нам нужно пересечение этих событий, поэтому, вычитая из большего меньшее получаем искомую вероятность: $0{,}74 - 0{,}67 = 0{,}07$



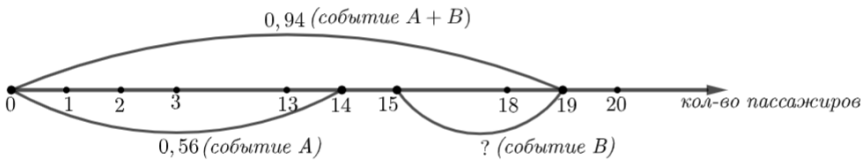
Вариант 2:

Можно считать, что в среднем в 74% случаев учащийся О решает больше 10 задач. Можно считать, что в среднем в 67% случаев учащийся О решает больше 11 задач. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «учащийся О решит ровно 11 задач» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $74\% - 67\% = 7\%$ случаев. Значит вероятность события «учащийся О решит ровно 11 задач» 0,07.

Задача 24

Вариант 1:

Пусть событие A состоит в том, что «в автобусе окажется от 0 до 14 пассажиров». По условию вероятность события A равняется 0,56. Событие B – «в автобусе окажется от 15 до 19 пассажиров». Тогда событие $A + B$ состоит в том, что «в автобусе окажется от 0 до 19 пассажиров». По условию вероятность события $A + B$ равна 0,94. Т.к. события A и B не могут наступить одновременно (не совместны), то $P(A + B) = P(A) + P(B)$. Подставляя значения из условия $0{,}94 = 0{,}56 + P(B)$. Значит искомая вероятность равна $P(B) = 0{,}94 - 0{,}56 = 0{,}38$.

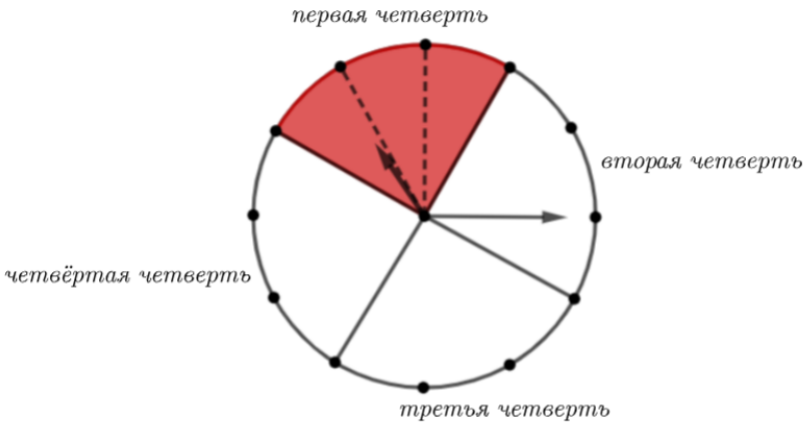


Вариант 2:

Можно считать, что в среднем в 94% случаев в автобусе оказывается от 0 до 19 пассажиров. Можно считать, что в среднем в 56% случаев в автобусе оказывается от 0 до 14 пассажиров. Почему в первый раз процент больше? Потому что в первый раз событие «в автобусе окажется от 15 до 19 пассажиров» благоприятное для нас, а во второй раз – нет. Как мы видим, на это событие приходится $94\% - 56\% = 38\%$ случаев. Значит вероятность события «в автобусе окажется от 15 до 19 пассажиров» 0,38.

Задача 25

Часовая стрелка может занять любое положение на окружности.

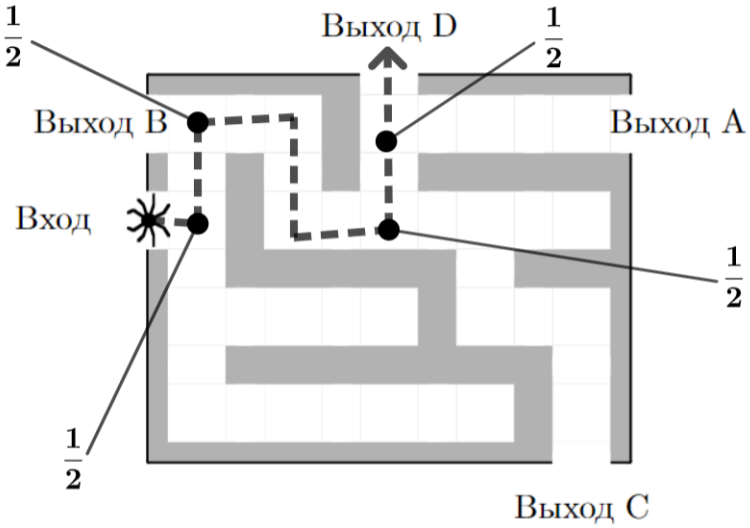


Заметим, что циферблат можно разбить на 4 четверти, одна из которых нам подходит. Для нас благоприятными событием является попадание часовой стрелки в выделенную четверть. Часовая стрелка с равной вероятностью может попасть в любую из 4 образовавшихся четвертей. Тогда вероятность попасть в нужную нам четверть: $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

Задача 26

Вероятность того, что паук выберет одно конкретное направление из двух – $\frac{1}{2}$. Чтобы прийти к выходу D пауку нужно на первой развилке пойти вверх, на второй развилке пойти вправо, на третьей развилке пойти вверх, на четвёртой развилке пойти вверх – это независимое от других выборов события. Тогда вероятность одновременного наступления 4 необходимых событий – выборов, это произведение вероятности этих 4

событий.



P(B)=$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$.

Задача 27

Пусть первая девочка уже сидит за столом. Тогда для второй девочки есть 8 мест, два из которых являются благоприятными.

Таким образом вероятность, что девочки будут сидеть рядом, равна: $\frac{2}{8} = 0{,}25$.

Задача 28

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, $1000 - 5 = 995$ не подтекают. Для события «случайно выбранный для контроля насос не подтекает» у нас есть 995 благоприятных исходов из 1000 возможных. Все исходы равновероятны, значит, вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна $\frac{995}{1000} = 0{,}995$.

Задача 29

В среднем фабрика выпускает 8 некачественных сумок из $92 + 8 = 100$. Для события «случайно выбранная сумка имеет дефект» у нас есть 8 благоприятных случаев из 100. Таким образом, вероятность того, что случайно выбранная сумка имеет дефект: $\frac{8}{100} = 0{,}08$.

Задача 30

Всего существует 10 цифр:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

На предпоследнем месте может быть любая из этих 10 цифр, вероятность этого события:

$$\frac{10}{10} = 1.$$

На последнем месте может быть любая другая из 9 оставшихся цифр, вероятность этого события:

$$\frac{9}{10} = 0{,}9.$$

Так как события независимые, то вероятность, что две последние цифры различны:

$$1 \cdot 0{,}9 = 0{,}9.$$

Задача 31

Всего 6 человек, а значит будет 3 группы по 2 человека. Пусть Михаил уже оказался в какой-то группе, тогда в этой группе есть еще 1 место, которые может занять Олег. Общее число мест, которые может занять Олег равно $6 - 1 = 5$ (так как Михаил уже занял одно место). Поэтому для события «Михаил и Олег окажутся в одной группе» у нас есть 1 благоприятный исходов из 5 возможных. Все исходы равновероятны. Получаем значение искомой вероятности $\frac{1}{5} = 0{,}2$.

18 Ответы

Тренировочная работа 1

1. 0,5;
2. 0,5;
3. 0,5;
4. 0,3;
5. 0,4;
6. 0,5;
7. 6;
8. $\frac{1}{3}$;
9. 0,375;
10. $\frac{2}{3}$;
11. $\frac{1}{3}$;
12. $\frac{2}{3}$.

Тренировочная работа 2

1. 0,5;
2. 0,5;
3. $\frac{1}{6}$;
4. $\frac{1}{6}$;
5. 4;
6. $\frac{5}{36}$;
7. 0,5;
8. 7;
9. $\frac{1}{6}$;
10. $\frac{1}{12}$;
11. $\frac{1}{9}$;
12. 19;
13. $\frac{19}{36}$.

Тренировочная работа 3

1. 0,25;
2. 0,5;
3. 0,75;
4. 0,125;
5. 0,375;
6. 0,125;
7. 0,5;
8. 0,5;
9. 0,5;
10. 0,5;
11. одинаково вероятно;
12. 16;
13. 0,25;
14. 0,3125.

Тренировочная работа 4

1. 0,25;
2. $\frac{2}{3}$;
3. $\frac{5}{6}$;
4. 3;
5. 0,125;
6. 0,33;
7. 0,14;
8. 0,125;
9. 0,3125;
10. $\frac{1}{3}$;
11. 0,5;
12. 18;
13. $\frac{4}{9}$;
14. 0,125.

Тренировочная работа 5

1. 0,125;
2. 0,35;
3. $\frac{5}{6}$;
4. $\frac{1}{6}$;
5. 0,498;
6. 0,1;
7. $\frac{100}{109}$;
8. 0,995;
9. 0,97;
10. 0,2;
11. $\frac{1}{21}$;
12. 0,48;
13. 0,3.

Тренировочная работа 6

1. $\frac{1}{9}$;
2. $\frac{15}{32}$;
3. 0,45;
4. 0,504;
5. $\frac{1}{6}$;
6. $\frac{1}{3}$;
7. 0,993;
8. 0,972;
9. $\frac{100}{103}$;
10. $\frac{800}{1017}$;
11. $\frac{1}{111}$;
12. $\frac{14}{27}$;
13. 0,25.

Тренировочная работа 7

1. 0,2;
2. 0,3;
3. 0,2;
4. 0,985;
5. $\frac{1}{3}$;
6. $\frac{25}{27}$;
7. 0,996;
8. 0,966-;
9. 0,7;
10. $\frac{153}{953}$;
11. $\frac{2}{333}$;
12. 0,7;
13. $\frac{20}{81}$;
14. $\frac{28}{225}$.

Тренировочная работа 8

1. 0,81;
2. 0,006;
3. 0,035;
4. 0,19;
5. 0,64;
6. 0,07;
7. 0,24;
8. 0,37;
9. 0,98;
10. 3;
11. 0,33;
12. $\frac{625}{1296}$;
13. 0,24;
14. 0,7056.

Тренировочная работа 9

1. 0,9025;
2. 0,006;
3. 0,02;
4. 0,98;
5. $\frac{45}{46}$;
6. 0,08;
7. 0,32;
8. 0,19;
9. 0,027;
10. 0,04;
11. 0,02;
12. 0,343;
13. 0,0243;
14. 0,875.

Тренировочная работа 10

1. 0,004;
2. 0,03;
3. 0,036;
4. 0,03;
5. 0,38;
6. 0,06;
7. 0,08;
8. 0,23;
9. 0,56;
10. 0,3249;
11. 0,992;
12. 0,999;
13. 0,91;
14. 0,096.

Тренировочная работа 11

1. $\frac{1}{12}$;
2. $\frac{17}{36}$;
3. $\frac{1}{24}$;
4. 0,91;
5. 0,392;
6. 0,32;
7. 0,0545.

Тренировочная работа 12

1. $\frac{1}{9}$;
2. $\frac{13}{36}$;
3. $\frac{1}{6}$;
4. 0,01;
5. 4;
6. 0,056;
7. 0,68.

Тренировочная работа 13

1. 0,25;
2. 0,95;
3. 0,25;
4. 0,4;
5. 0,5;
6. 0,01;
7. 0,125;
8. 0,92;
9. 0,72;
10. 0,4;
11. 0,16;
12. 0,25;
13. 0,36;
14. 0,25;
15. 0,25.

Тренировочная работа 14

1. 0,3;
2. 0,25;
3. 5;
4. 0,35;
5. 0,52;
6. 0,019;
7. 0,75.

Тренировочная работа 15

1. 0,2;
2. 0,5;
3. 0,12;
4. 1,2;
5. 0,11;
6. 0,63;
7. 0,42;
8. 0,64;
9. 0,43;
10. 5;
11. 0,2;
12. 1,05;
13. 0,3;
14. 0,8;
15. 0,125;
16. 0,25;
17. 0,2;
18. 0,6;
19. 0,1;
20. 0,192.

Задача 2 из банка ЕГЭ

1. 0,14;
2. 0,5;
3. 0,25;
4. 0,006;
5. 0,92;
6. 0,36;
7. 0,16;
8. 0,22;
9. 0,3;
10. 0,36;
11. 0,44;
12. 0,6;
13. 0,36;
14. 0,3;
15. 0,33;
16. 0,04;
17. 0,48;
18. 0,46;
19. 0,2;
20. 0,006;
21. 0,035;
22. 0,19;
23. 0,07;
24. 0,38;
25. 0,25;
26. 0,0625;
27. 0,25;
28. 0,995;
29. 0,08;
30. 0,9;
31. 0,2.

Кубик

Один кубик

При одном бросании кубика равновероятны 6 исходов. Может выпасть 1, 2, 3, 4, 5, 6. Так как у куба 6 одинаковых граней, можно сказать, что вероятность выпадения

на игральном кубике каждого числа $\frac{1}{6}$.

Теперь давайте посчитаем с помощью этого какую-то вероятность.

Найдём вероятность события A — выпало больше 2^{yx} очков.

Нам удовлетворяют 4 случая, когда выпали числа 3, 4, 5, 6.

$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, где $N(A)$ — благоприятные исходы; N — все возможные исходы.

Рассмотрим событие B — выпало чётное число очков.

$$P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

То есть с одним кубиком всё предельно просто. Находим число благоприятных исходов и делим их на все возможные.

Два кубика

При бросании двух кубика два раза тоже не возникает сложностей. Мы бросили кубик два раза, результаты бросков удобно хранить в виде следующей таблицы:

число на 2 кубике \ число на 1 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Клеточек всего 36 (6 вариантов на один кубик и 6 на другой). Здесь надо понимать, что у нас есть всего 36 равновозможных исходов.

Рассмотрим событие C — выпали 3 и 5. Всего 36 возможных исходов на которые надо поделить все благоприятные.

число на 1 кубике / число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1						
2						
3					✓	
4						
5			✓			
6						

$$P(C) = \frac{N(C)}{N} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}.$$

Дальше рассмотрим событие D — в первый раз выпало больше очков, чем во второй.

число на 1 кубике / число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1		✓	✓	✓	✓	✓
2			✓	✓	✓	✓
3				✓	✓	✓
4					✓	✓
5						✓
6						

$$P(D) = \frac{N(D)}{N} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}.$$

Рассмотрим событие E — в первый раз выпало меньше, чем во второй. Можно считать по нашей привычной схеме: посчитать благоприятные исходы на все возможные.

число на 1 кубике / число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1						
2	✓					
3	✓	✓				
4	✓	✓	✓			
5	✓	✓	✓	✓		
6	✓	✓	✓	✓	✓	

Но здесь надо понимать симметрию очков. Что в обоих случаях выпало поровну очков, таких исходов 6, далее по таблице видна симметрия и если выпало не поровну, то выпало больше или меньше в первый, чем во второй, видно что таких исходов поровну, то есть они равнозначны и их можно поменять местами и от этого вероятность не изменится. Таким образом получается, что у события E такая же вероятность, как у события D.

$$P(E) = P(D) = \frac{5}{12}.$$

Следующее событие F — в первый раз выпало небольше очков, чем во второй. Можно считать по нашей привычной схеме: посчитать благоприятные исходы на все возможные.

число на 2 кубике \ число на 1 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	✓					
2	✓	✓				
3	✓	✓	✓			
4	✓	✓	✓	✓		
5	✓	✓	✓	✓	✓	
6	✓	✓	✓	✓	✓	✓

$$P(F) = \frac{N(F)}{N} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}.$$

С другой стороны $P(F) + P(D) = 1$, так как каждый раз случится, то что удовлетворяет событию F или D, при этом F и D не могут произойти одновременно.

$$P(F) = 1 - P(D) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}.$$

Найдём вероятность события A — в сумме выпало 5 очков. Здесь удобно взять нашу таблицу и в каждой графе написать сумму очков.

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	$\boxed{5}$	6	7
2	3	4	$\boxed{5}$	6	7	8
3	4	$\boxed{5}$	6	7	8	9
4	$\boxed{5}$	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Теперь видно, что событию A — в сумме выпало 5 очков, удовлетворяют 4 исхода.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

Посчитаем вероятность события B — выпала самая вероятная сумма. Для того что бы понять какая сумма самая вероятная, для этого нужно найти самое часто встречающееся число среди сумм. 7 — самая вероятная сумма.

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	[7]
2	3	4	5	6	[7]	8
3	4	5	6	[7]	8	9
4	5	6	[7]	8	9	10
5	6	[7]	8	9	10	11
6	[7]	8	9	10	11	12

$$P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Рассмотрим событие C — выпало чётное число очков.

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	[2]	3	[4]	5	[6]	7
2	3	[4]	5	[6]	7	[8]
3	[4]	5	[6]	7	[8]	9
4	5	[6]	7	[8]	9	[10]
5	[6]	7	[8]	9	[10]	11
6	7	[8]	9	[10]	11	[12]

$$P(C) = \frac{N(C)}{N} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}.$$

Тут можно придти к этому же ответу другим путем. Пусть первым выпало число какой-то чётности, тогда с вероятностью $\frac{1}{2}$ выпадет число той же чётности и сумма будет чётной, либо с вероятностью $\frac{1}{2}$ выпадет число другой чётности и сумма будет

нечётной.

Найдём вероятность события D — произведение очков больше 20. Впишем в нашу таблицу произведения.

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	30	30	36

$$P(D) = \frac{N(D)}{N} = \frac{6}{36} = \frac{1}{36}.$$

Рассмотрим событие E — число очков в произведении чётно.

число на 1 кубике \ число на 2 кубике	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

$$P(E) = \frac{N(E)}{N} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Можно решить по другому и выписать все возможные результаты в плане чётности. Нам может выпасть ЧЧ — два чётных числа, НН — два нечётных, ЧН — чётное сначала, нечётное и НЧ — сначала нечётное, потом чётное число. Все эти исходы равновероятны и благоприятны нам три из четырёх возможных: ЧЧ, ЧН и НЧ. Тогда вероятность

$$P(E) = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Монетка

Мы можем подбросить монету и выпадут О — орёл или Р — решка. Будем говорить про правильную монету, где О и Р выпадают с равной вероятностью, такая монета ещё называется симметричной. То есть

$$\text{вероятность выпадения орла} — P(O) = \frac{1}{2} = 0{,}5,$$

$$\text{вероятность выпадения решки} — P(P) = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

Две монетки

Но если взять две монетки, то есть три исхода: РР, ОО, Р и О. Но эти исходы уже не равновероятны. Почему?

Рассмотрим две монетки, одна из них красная, другая синяя.

Р Р **О Р**

Р О **О О**

Имеем 4 различных исхода, которые наступают с равной вероятностью.

Посчитаем вероятность события A — выпало два орла.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Рассмотрим событие B — выпал один орёл.

$$P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

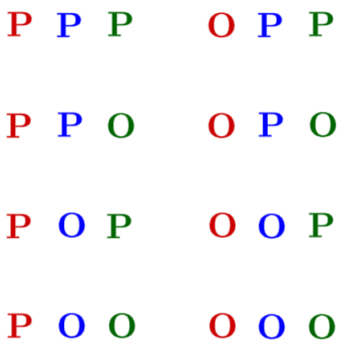
Далее возьмём событие C — при первом броске выпал орёл.

$$P(C) = \frac{N(C)}{N} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

Ну или можем сказать, что результат второго броска нас не интересует, а в первом с вероятностью 0,5 выпадет орёл.

Три монетки

Всего возможны 8 равновероятных исходов.



Посчитаем вероятность события D — выпал ровно один орёл.

$$P(D) = \frac{N(D)}{N} = \frac{3}{8} = 0{,}375.$$

Рассмотрим событие E — выпала ровно одна решка.

$$P(E) = \frac{N(E)}{N} = \frac{3}{8} = 0{,}375.$$

Можем заметить, что $P(D) = P(E)$. Это не случайно, так как О и Р полностью "равноправны их можно менять местами и от этого вероятность не изменится.

Далее возьмём событие F — выпала не одна решка.

$$P(F) = \frac{N(F)}{N} = \frac{5}{8} = 0{,}625.$$

Ту же самую вероятность можно посчитать исходя их того, что $P(F) + P(E) = 1$, либо F, либо E (вместе наступить они не могут), следовательно,

$$P(F) = 1 - P(E) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} = 0{,}625.$$

Посчитаем вероятность события K — выпал ровно один орёл или решка.

$$P(K) = \frac{N(K)}{N} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Также можно заметить, что $P(K) = P(D) + P(E) = 0{,}375 + 0{,}375 = 0{,}75$.

Рассмотрим событие L — выпала больше орлов, чем решек.

$$P(L) = \frac{N(L)}{N} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

Можем заметить, что $P(L) - P(E) = \frac{1}{8} = 0{,}125$. Таким образом мы нашли вероятность события ООО.

Четыре монетки

Всего возможны 16 равновероятных исходов.

Р Р Р Р	О Р Р Р
Р Р Р О	О Р Р О
Р Р О Р	О Р О Р
Р Р О О	О Р О О
Р О Р Р	О О Р Р
Р О Р О	О О Р О
Р О О Р	О О О Р
Р О О О	О О О О

Посчитаем вероятность события A — выпало три орла.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{4}{16} = 0{,}25.$$

Рассмотрим событие B — выпало больше двух орлов. То есть 3 или 4 орла.

$$P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{5}{16} = 0{,}3125.$$

Далее возьмём событие C — выпало больше двух решек.

$$P(C) = \frac{N(C)}{N} = \frac{5}{16} = 0{,}3125.$$

Можем заметить, что $P(B) = P(C)$. Это не случайно, так как О и Р полностью "равноправны их можно менять местами и от этого вероятность не изменится.

Далее возьмём событие D — выпало не более двух решек.

$$P(D) = \frac{N(D)}{N} = \frac{11}{16} = 0{,}6875.$$

Ту же самую вероятность можно посчитать исходя их того, что $P(C) + P(D) = 1$, либо C, либо D (вместе наступить они не могут), следовательно,

$$P(D) = 1 - P(C) = 1 - 0{,}3125 = 0{,}6875.$$

Посчитаем вероятность события E — выпало чётное число орлов (0 — чётное).

$$P(E) = \frac{N(E)}{N} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

С другой стороны первые три броска дали нам какой-то результат: выпало чётное или нечётное число орлов, а четвертый с вероятностью $\frac{1}{2}$ даст нам желаемый результат, например было чётное количество и хотим что бы выпала решка (вероятность этого $\frac{1}{2}$) или было наоборот нечётное число орлов и мы хотим что бы выпал орёл. Либо с вероятностью $\frac{1}{2}$ результат четвёртого броска нам всё "испортит".

Рассмотрим событие F — выпала больше решек, чем орлов. То есть 3 или 4 решки. Можно заметить, что мы находили вероятность этого события в C.

$$P(F) = P(C) = 0{,}5.$$

. Или можем просто число благоприятных разделить на все.

$$P(F) = \frac{N(F)}{N} = \frac{5}{16} = 0{,}3125.$$