Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

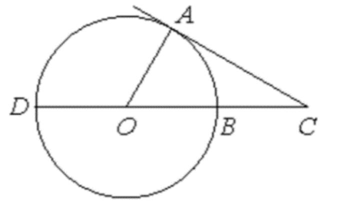
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Ответом к заданиям* 1–11 *является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №* 1 *справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Угол ACO равен 28°. Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Сторона CO пересекает окружность в точках B и D (см. рис.). Найдите градусную меру дуги AD окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ___________________________.

2 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{2}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 144 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Ответ: ___________________________.

3 Фабрика выпускает сумки. В среднем 19 сумок из 160 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. Результат округлите до сотых.

Ответ: ___________________________.

4 Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,5 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не меньше 0,7?

Ответ: ___________________________.

5 Найдите корень уравнения

$\sqrt[3]{x+3}=5.$

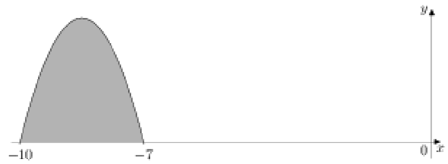
Ответ: ___________________________.

6 Найдите значение выражения

$\log_{\frac{1}{13}}\sqrt{13}.$

Ответ: ___________________________.

7 На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$.
Функция $F(x)=-\frac{4}{9}x^3-\frac{34}{3}x^2-\frac{280}{3}x-\frac{18}{5}$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: ___________________________.

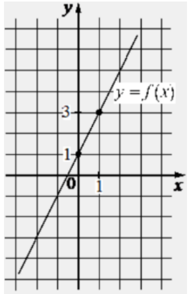
8 Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0=24$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a=3$ м$/c^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S=v_0t-\frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ: ___________________________.

9 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: ___________________________.

10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = kx + b$. Найдите значение $f(5)$.



Ответ: ___________________________.

11 Найдите наименьшее значение функции

$y = e^{2x} - 4e^{x} + 4$ на отрезке $[-1; 2]$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

13 Различные точки A, B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен $60°$.

а) Докажите, что $\cos\angle ASC + \cos\angle BSC = 1{,}5$.

б) Найдите объём тетраэдра $SABC$, если $SC = 1$, $\cos\angle ASC = \frac{2}{3}$.

14 Решите неравенство

$\log_3^2(x^2 - 16) - 5\log_3(x^2 - 16) + 6 \geq 0.$

15 В июле планируется взять кредит на сумму 6 409 000 рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

16 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точки K, L, M и N — середины сторон AB, BC, CD и AD соответственно.
Площади четырёхугольников $ABLN$ и $NLCD$ равны, а площади четырёхугольников $KBCM$ и $AKMD$ относятся как 11:17.

а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
б) Найдите отношение BC к AD.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$$

имеет ровно три различных корня.

18 В шахматы можно выиграть, проиграть или сыграть вничью. Шахматист записывает результат каждой сыгранной им партии и после каждой партии подсчитывает три показателя: «победы» - процент побед, округлённый до целого, «ничьи» - процент ничьих, округлённый до целого, и «поражения», равные разности 100 и суммы показателей «побед» и «ничьих». (Например, число 13,2 округляется до 13, число 14,5 округляется до 15, число 16,8 округляется до 17).

а) Может ли в какой-то момент показатель «побед» равняться 17, если было сыграно менее 50 партий?
б) Может ли после выигранной партии увеличится показатель «поражений»?
в) Одна из партий была проиграна. При каком наименьшем количестве сыгранных партий показатель «поражений» может быть равным 1?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	118
2	342
3	0,88
4	2
5	122
6	-0,5
7	6
8	6
9	30
10	11
11	0
12	а) $\pi+2\pi n, -\frac{\pi}{3}+4\pi k, \frac{\pi}{3}+4\pi m;\ n,k,m\in Z$ б) $-3\pi;\ -\frac{11\pi}{3}$
13	$\frac{\sqrt{6}}{36}$
14	$\left(-\infty;-\sqrt{43}\right]\cup[-5;-4)\cup(4;5]\cup\left[\sqrt{43};+\infty\right)$
15	3 817 125
16	2:5
17	$[-2;-1)\cup(-1;1)\cup(1;2]$
18	а) да б) да в) 51

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

12 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Источники:
Основная волна 2014

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

а) $\cos x - \sqrt{3}\cos\frac{x}{2} + 1 = 0$

$2\cos^2\frac{x}{2} - 1 - \sqrt{3}\cdot\cos\frac{x}{2} + 1 = 0$

$2\cos^2\frac{x}{2} - \sqrt{3}\cdot\cos\frac{x}{2} = 0$

$\cos\frac{x}{2}\cdot\left(2\cos\frac{x}{2} - \sqrt{3}\right) = 0$

$\cos\frac{x}{2} = 0$ $\qquad$ $\cos\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \;\Big|\cdot 2$ $\qquad$ $\frac{x}{2} = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k; k\in Z \;\Big|\cdot 2$

$x = \pi + 2\pi n; n\in Z$ $\qquad$ $x = \pm\frac{\pi}{3} + 4\pi k; k\in Z$

б) Отберём корни с помощью нер-ва:

$-4\cancel{\pi} \le \cancel{\pi} + 2\cancel{\pi} n \le -\frac{5\cancel{\pi}}{2} \;\Big| -1$

$-5 \le 2n \le -3{,}5 \;\Big| :2$

$-2{,}5 \le n \le -1{,}75$

При $n = -2$ $\quad x = \pi + 2\pi\cdot(-2) = -3\pi$

$-4\cancel{\pi} \le \frac{\cancel{\pi}}{3} + 4\cancel{\pi}k \le -\frac{5\cancel{\pi}}{2} \;\Big| -\frac{1}{3}$

$-\frac{13}{3} \le 4k \le -\frac{17}{6} \;\Big| :4$

$-\frac{13}{12} \le k \le -\frac{17}{24}$

При $k = -1$ $\quad x = \frac{\pi}{3} - 4\pi = -\frac{11\pi}{3}$

$-4\cancel{\pi} \le -\frac{\cancel{\pi}}{3} + 4\cancel{\pi}k \le -\frac{5\cancel{\pi}}{2} \;\Big| +\frac{1}{3}$

$-\frac{11}{3} \le 4k \le -\frac{13}{6} \;\Big| :4$

$-\frac{11}{12} \le k \le -\frac{13}{24}$

нет целых k

Ответ: а) $\pi + 2\pi n; \pm\frac{\pi}{3} + 4\pi k; n,k\in Z$
б) $-3\pi; -\frac{11\pi}{3}$

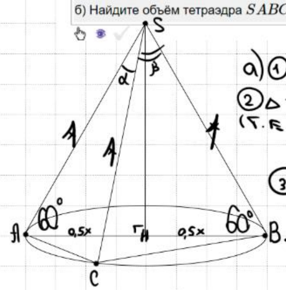
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 Различные точки A, B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60°.

а) Докажите, что $\cos\angle ASC + \cos\angle BSC = 1{,}5$.

б) Найдите объём тетраэдра $SABC$, если $SC = 1$, $\cos\angle ASC = \frac{2}{3}$.

Источники:
FIPI (старый банк)
Досрочная волна 2022



а) ① $\triangle ABS$ – равност.
② $\triangle ABC$ – прямоуг. (т.к. $\angle ACB$ опир. на диаметр)
③ Пусть $AS = x$, $SC = BS$ ″
Тогда $AB = x$
④ по т. cos: $AC^2 = x^2 + x^2 - 2\cdot x\cdot x\cdot\cos\alpha$
$BC^2 = x^2 + x^2 - 2\cdot x\cdot x\cdot\cos\beta$
⑤ по т. Пифагора в $\triangle ABC$:
$AB^2 = AC^2 + BC^2$
$\cancel{x^2} = 2\cancel{x^2} - 2\cancel{x^2}\cos\alpha + 2\cancel{x^2} - 2\cancel{x^2}\cos\beta$

$2\cos\alpha + 2\cos\beta = 3 \;\Big| :2$
$\cos\alpha + \cos\beta = 1{,}5$

б) ① $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ $\qquad$ $\cos\beta = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

② $AC^2 = 1 + 1 - 2\cdot\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

$AC = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$BC^2 = 1 + 1 - 2\cdot\frac{5}{6} = \frac{1}{3}$

$BC = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{36}$

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{36}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 221205

14 Решите неравенство $\log_3^2(x^2-16) - 5\log_3(x^2-16) + 6 \geq 0$.

BAB6D0

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Досрочная волна (Резерв) 2022
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Досрочная волна 2017
Досрочная волна 2015

Пусть $\log_3(x^2-16) = t$

$t^2 - 5t + 6 \geq 0$

$2 \quad 3 \quad t$

$\left[\begin{array}{l} t \leq 2 \\ t \geq 3 \end{array}\right.$

$\log_3(x^2-16) \leq \log_3 9$ $\qquad \log_3(x^2-16) \geq \log_3 27$

$0 < x^2 - 16 \leq 9$ $\qquad x^2 - 16 \geq 27$

$\begin{cases} x^2 - 16 > 0 \\ x^2 - 25 \leq 0 \end{cases}$ $\qquad x^2 - 43 \geq 0$

$-\sqrt{43} \quad \sqrt{43}$

$-4 \quad 4 \quad x$

$-5 \quad 5 \quad x$

Найдём пересечение:

$-5 \quad -4 \quad 4 \quad 5 \quad x$

Объединим

$-\sqrt{43} \quad -5 \quad -4 \quad 4 \quad 5 \quad \sqrt{43} \quad x$

Ответ: $(-\infty; -\sqrt{43}] \cup [-5; -4) \cup (4; 5] \cup [\sqrt{43}; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 В июле планируется взять кредит на сумму 6 409 000 рублей. Условия его возврата таковы:

$\cdot 1{,}125 \qquad \cdot \frac{9}{8}$

– каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

Источники:
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)
Ященко 2018
Ященко 2018
Семёнов 2015
Досрочная волна 2015

Пусть $S = 6\,409\,000$
март – месяц платежа
x – ежегодный платёж

Дата	Сумма долга
Июль	S
1 год: янв	$\frac{9}{8} \cdot S$
1 год: март	$\frac{9}{8}S - x$
2 год: янв	$\left(\frac{9}{8}S - x\right) \cdot \frac{9}{8} = \frac{9^2}{8^2}S - \frac{9}{8}x$
2 год: март	$\frac{9^2}{8^2}S - \frac{9}{8}x - 1x = 0$

$\frac{9^2}{8^2} \cdot S = \frac{17}{8} \cdot x$

$x = \frac{9^2 \cdot \cancel{6409000} \cdot \cancel{8}}{\cancel{8^2} \cdot \cancel{17}} = 81 \cdot 377 \cdot 125 =$

$377 \cdot \cancel{1000}$, 125

$= 10\,125$
$\times\ 377$

$6409 \mid 17$
$-51 \quad 377$
-130
-119
-119

Ответ: 3 817 125 р

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точки K, L, M и N — середины сторон AB, BC, CD и AD соответственно.

Площади четырёхугольников $ABLN$ и $NLCD$ равны, а площади четырёхугольников $KBCM$ и $AKMD$ относятся как $11:17$.

а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.

б) Найдите отношение BC к AD.

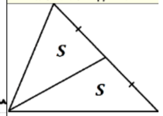
A0FD25

Источники:

FIPI (старый банк)

FIPI (новый банк)

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



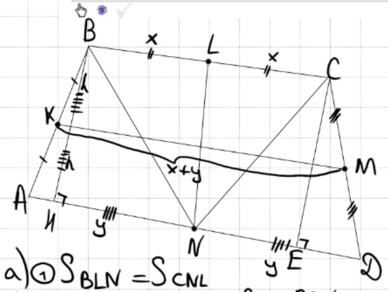
Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми площадями)

ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Если две стороны равны и параллельны

Если противоположные стороны попарно равны

Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам



а) ① $S_{BLN} = S_{CNL}$

(т.к. LN – медиана в $\triangle BCN$)

$\Rightarrow S_{\triangle ABN} = S_{\triangle CDN}$

$\cancel{\frac{1}{2}} \cdot \cancel{AN} \cdot BH = \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \cancel{DN} \cdot CE$

$BH \parallel CE$ и $BH = CE$

$\Rightarrow BCEH$ – пар-м $\Rightarrow BC \parallel AD$ ■

б) KM – ср. лин. трапеции $ABCD$

$$\frac{S_{KBCM}}{S_{AKMD}} = \frac{11}{17}$$

$$\frac{\frac{2x+x+y}{\cancel{2}} \cdot \cancel{h}}{\frac{x+y+2y}{\cancel{2}} \cdot \cancel{h}} = \frac{11}{17}$$

$51x + 17y = 11x + 33y$

$40x = 16y$

$y = 2{,}5x$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{2x}{2y} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$$

Ответ: 2 : 5.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x^2+2ax+1} = x^2+ax+1$$

имеет ровно три различных корня.

0A67D7

Источники:

FIPI (старый банк)

FIPI (новый банк)

Основная волна 2016

$$\begin{cases} ① \; x^2+ax+1 \geq 0 \\ ② \; 3x^2+2ax+1 = (x^2+ax+1)^2 \end{cases}$$

Решим уравнение ②

$3x^2 + \cancel{2ax} + \cancel{1} = x^4 + 2x^2 \cdot (ax+1) + a^2x^2 + \cancel{2ax} + \cancel{1}$

$3x^2 = x^4 + 2a \cdot x^3 + 2x^2 + a^2x^2$

$x^4 + 2a \cdot x^3 - x^2 + a^2x^2 = 0$

$x^2 \cdot (x^2 + 2ax - 1 + a^2) = 0$

$x^2 \cdot ((x+a)^2 - 1) = 0$

$x^2 \cdot (x+a-1)(x+a+1) = 0$

$X = 0 \quad X = 1-a \quad X = -a-1$

Чтобы все три корня были разл.

$$\begin{cases} 1-a \neq 0 \\ -a-1 \neq 0 \\ 1-a \neq -a-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \neq 1 \\ a \neq -1 \\ a \text{ – любое} \end{cases} \Rightarrow a \neq \pm 1$$

Найдём, при каких a, три корня удовлетворяет нер-ву ①

$x = 0$: $0^2 + a \cdot 0 + 1 \geq 0$, a – любое

$x = 1-a$: $(1-a)^2 + a \cdot (1-a) + 1 \geq 0$; $1 - \cancel{2a} + \cancel{a^2} + \cancel{a} - \cancel{a^2} + 1 \geq 0$; $a \leq 2$

$x = -a-1$: $(-a-1)^2 + a(-a-1) + 1 \geq 0$; $\cancel{a^2} + 2a + 1 \cancel{-a^2} - a + 1 \geq 0$; $a \geq -2$

Получаем $\begin{cases} a \neq \pm 1 \\ a \leq 2 \\ a \geq -2 \end{cases}$

Ответ: $[-2;-1) \cup (-1;1) \cup (1;2]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18 В шахматы можно выиграть, проиграть или сыграть вничью. Шахматист записывает результат каждой сыгранной им партии и после каждой партии подсчитывает три показателя: «победы» - процент побед, округлённый до целого, «ничьи» - процент ничьих, округлённый до целого, и «поражения», равные разности 100 и суммы показателей «побед» и «ничьих». (Например, число 13,2 округляется до 13, число 14,5 округляется до 15, число 16,8 округляется до 17).

а) Может ли в какой-то момент показатель «побед» равняться 17, если было сыграно менее 50 партий?
б) Может ли после выигранной партии увеличится показатель «поражений»?
в) Одна из партий была проиграна. При каком наименьшем количестве сыгранных партий показатель «поражений» может быть равным 1?

Источники:
Основная волна 2016

а) 48 игр 8 побед 17%

б) 100 игр
Пример №1 (неудачный)
50 побед = 50%
0 пораж = 0%
50 ничьих = 50%

101 игра
51 победа = 50%
0 пораж. = 0%
50 ничьих = 50%

Пример№2 (удачный)
200 игр
100 побед = 50%
99 пораж. = 49
1 ничья = 0,5% ≈ 1

201 игру
100 побед = 50%
99 пораж = 50%
1 ничья ≈ 0

Ответ:
а) Да
б) Да, см. пример 2
в) 51

в) 50 игр
~ побед, ~ ничьих } 49 из 50 } 98%
1 поражение 2%

51 игра
~ побед, ~ ничьих }
1 поражение

Если игр было 50, то 1 поражение даст показатель "2"
Если игр было меньше 50, то 1 поражение даст показатель ≥2

Если игр 51, то 1 поражение может дать показатель "1"

Приведём пример:

51 { 12 побед 24; 38 ничьих 75; 1 поражение 1

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.