

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 249

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

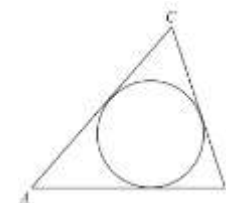
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

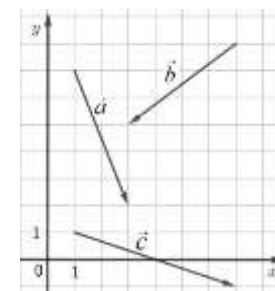
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Площадь треугольника равна 54, а его периметр 36. Найдите радиус вписанной окружности.



2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ с целочисленными координатами. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.



3. Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 2, а боковые ребра равны $2\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30° .

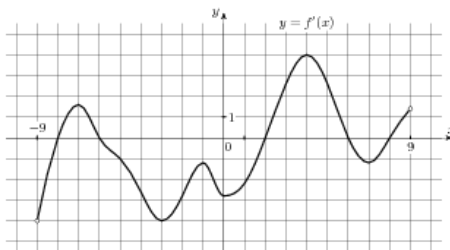
4. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

5. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

6. Найдите корень уравнения $4^{x-4} = \frac{1}{2}$.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 9)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



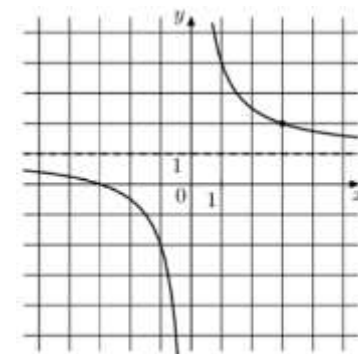
9. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука в (в м/с). Человек,

стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой

минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

10. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 0,8.



12. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 289}$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$25^{\cos^2 x} - 4 \cdot 5^{-\cos 2x} = 1$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -2\pi]$.

14. Прямоугольник $ABCD$ является осевым сечением цилиндра (AB и CD - образующие). Диаметры AD и KM пересекаются в точке O под прямым углом и $DO = CD$.

а) Докажите, что площадь поверхности цилиндра относится к площади описанной около этого цилиндра сферы как 4 : 5.

б) Найдите площадь сечения цилиндра, проходящего через точки K , M и B , если $AB = 8$.

15. Решите неравенство:

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1$$

16. В июле планируется взять кредит на сумму 8 052 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (т. е. за четыре года)?

17. В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ — биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.

б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 3a - 2 \leq 0, \\ x^2 - 5ax + 6a^2 + a - 1 \leq 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Из правильной дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — натуральные числа,

за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{2}{3}$ получить

дробь $\frac{29}{41}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить

дробь $\frac{6}{7}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ меньше 0,7. Найдите наибольшую

дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за 2 таких хода.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 249

1	3
2	10
3	18
4	0,25
5	0,17
6	3,5
7	− 1,5
8	4
9	7
10	10
11	− 15
12	− 17

13	а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \quad k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{11\pi}{4}; \quad -\frac{9\pi}{4}.$
14	$32\sqrt{2}\pi.$
15	$(-\infty; 0] \cup [\log_2 3; 2) \cup (2; 3).$
16	3 110 400.
17	$\frac{15}{4}.$
18	$\left(-\infty; \frac{3}{2}\right].$
19	а) да; б) нет; в) $\frac{2}{3}.$