
Уравнения

Тип 1. Разложение на множители (блоки 1-4)

Тип 2. Замена переменной (блоки 5-6)

Тип 3. Специальные свойства (блоки 7-8)

БЛОК 1

1. $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$
2. $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$
3. $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$
4. $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$
5. $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$
6. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$
7. $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$
8. $x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$
9. $x^3 + 5x^2 - 9x - 45 = 0$
10. $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$

БЛОК 2

1. $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$
2. $x^3 + 4x^2 = 4x + 16$
3. $x^3 + 6x^2 = 4x + 24$
4. $x^3 + 6x^2 = 9x + 54$
5. $x^3 + 3x^2 = 4x + 12$
6. $x^3 + 2x^2 = 9x + 18$
7. $x^3 + 7x^2 = 4x + 28$
8. $x^3 + 4x^2 = 9x + 36$
9. $x^3 + 5x^2 = 4x + 20$
10. $x^3 + 5x^2 = 9x + 45$

БЛОК 3

1. $x^4 = (x - 20)^2$
2. $x^4 = (2x - 15)^2$
3. $x^4 = (3x - 10)^2$
4. $x^4 = (4x - 5)^2$
5. $x^4 = (x - 12)^2$
6. $x^4 = (2x - 8)^2$
7. $x^4 = (3x - 4)^2$
8. $x^4 = (x - 6)^2$
9. $x^4 = (2x - 3)^2$
10. $x^4 = (x - 2)^2$

БЛОК 4

1. $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$
2. $(x - 1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x + 2)$
3. $x(x^2 + 6x + 9) = 4(x + 3)$
4. $(x - 1)(x^2 + 8x + 16) = 6(x + 4)$
5. $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$
6. $(x - 1)(x^2 + 6x + 9) = 5(x + 3)$
7. $(x - 2)(x^2 + 8x + 16) = 7(x + 4)$
8. $x(x^2 + 4x + 4) = 3(x + 2)$
9. $(x - 2)(x^2 + 2x + 1) = 4(x + 1)$
10. $(x - 2)(x^2 + 6x + 9) = 6(x + 3)$

БЛОК 5

1. $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$
2. $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$
3. $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 6 = 0$
4. $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} - 6 = 0$
5. $\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} - 10 = 0$
6. $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$
7. $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 4 = 0$
8. $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$
9. $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} - 12 = 0$
10. $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{4}{x-1} - 12 = 0$

БЛОК 7

1. $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$
2. $x^2 - 2x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 3$
3. $x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8$
4. $x^2 - 3x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 10$
5. $x^2 - 3x + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} + 18$
6. $x^2 - 2x + \sqrt{4-x} = \sqrt{4-x} + 15$
7. $x^2 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 28$
8. $x^2 - 2x + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} + 24$
9. $x^2 - 2x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 35$
10. $x^2 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 40$

БЛОК 6

1. $(x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$
2. $(x+1)^4 + (x+1)^2 - 6 = 0$
3. $(x+3)^4 + 2(x+3)^2 - 8 = 0$
4. $(x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 3 = 0$
5. $(x-2)^4 - (x-2)^2 - 6 = 0$
6. $(x-3)^4 - 3(x-3)^2 - 10 = 0$
7. $(x+4)^4 - 6(x+4)^2 - 7 = 0$
8. $(x-4)^4 - 4(x-4)^2 - 21 = 0$
9. $(x+2)^4 + (x+2)^2 - 12 = 0$
10. $(x-2)^4 + 3(x-2)^2 - 10 = 0$

БЛОК 8

1. $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$
2. $(x^2 - 16)^2 + (x^2 + x - 12)^2 = 0$
3. $(x^2 - 9)^2 + (x^2 - 2x - 15)^2 = 0$
4. $(x^2 - 4)^2 + (x^2 - 6x - 16)^2 = 0$
5. $(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 6x - 7)^2 = 0$
6. $(x^2 - 36)^2 + (x^2 + 4x - 12)^2 = 0$
7. $(x^2 - 49)^2 + (x^2 + 4x - 21)^2 = 0$
8. $(x^2 - 4)^2 + (x^2 - 3x - 10)^2 = 0$
9. $(x^2 - 9)^2 + (x^2 + x - 6)^2 = 0$
10. $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 2x - 15)^2 = 0$

Примеры оформления решений (вариант 1)

БЛОК 1

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$$

$$x^2(x + 3) - 1(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x^2 - 1) = 0$$

$$(x + 3)(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} x + 3 = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ответ: $-3; -1; 1$.

БЛОК 2

$$x^3 + 3x^2 = 16x + 48$$

$$x^2(x + 3) = 16(x + 3)$$

$$x^2(x + 3) - 16(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x^2 - 16) = 0$$

$$(x + 3)(x - 4)(x + 4) = 0$$

$$\begin{cases} x + 3 = 0 \\ x - 4 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$$

Ответ: $-4; -3; 4$.

БЛОК 3

$$x^4 = (x - 20)^2$$

$$(x^2)^2 - (x - 20)^2 = 0$$

$$(x^2 - (x - 20))(x^2 + (x - 20)) = 0$$

$$(x^2 - x + 20)(x^2 + x - 20) = 0$$

$$x^2 - x + 20 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 20 = -79 < 0$$

нет корней

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$D = 1^2 + 4 \cdot 20 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 9}{2} \quad \begin{cases} x = -5 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ответ: $-5; 4$.

БЛОК 4

$$x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$$

$$x(x + 1)^2 - 2(x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(x(x + 1) - 2) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = -1 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ: $-2; -1; 1$.

БЛОК 5

$$\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0, \quad * x \neq 0$$

Пусть $\frac{1}{x} = a$, тогда:

$$a^2 + 2a - 3 = 0 \quad \begin{cases} a_1 + a_2 = -2 \\ a_1 \cdot a_2 = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -3 \\ a = 1 \end{cases}$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = -3 \\ \frac{1}{x} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ: $-\frac{1}{3}; 1$.

БЛОК 6

$$(x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$$

Пусть $(x+2)^2 = a$ (* $a \geq 0$), тогда:

$$a^2 - 4a - 5 = 0 \quad \begin{cases} a_1 + a_2 = 4 \\ a_1 \cdot a_2 = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -1, \text{ не удовлетворяет } * \\ a = 5 \end{cases}$$

Обратная замена:

$$(x+2)^2 = 5, \quad x+2 = \pm\sqrt{5} \quad x = -2 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: $-2 - \sqrt{5}, \sqrt{5} - 2$.

БЛОК 7

$$x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7, \quad * 6-x \geq 0, \text{ т.е. } x \leq 6$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ x = 7, \text{ не удовлетворяет } * \end{cases}$$

Ответ: -1 .

БЛОК 8

$$(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$$

Т.к. $(x^2 - 25)^2 \geq 0$ и $(x^2 + 3x - 10)^2 \geq 0$ при любом значении x , то:

$$\begin{cases} x^2 - 25 = 0 & (1) \\ x^2 + 3x - 10 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad (x-5)(x+5) = 0 \quad (2) \quad x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\begin{cases} x = -5 \\ x = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Общий корень: -5 .

Ответ: -5 .

Ответы

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-3; -1; 1	-4; -3; 4	-5; 4	-2; -1; 1	$-\frac{1}{3}; 1$	$-\sqrt{5} - 2; \sqrt{5} - 2$	-1	-5
2	-5; -1; 1	-4; -2; 2	-5; 3	-3; -2; 2	$\frac{2}{3}; 2$	$-\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} - 1$	-1	-4
3	-4; -2; 2	-6; -2; 2	-5; 2	-4; -3; 1	$-0,5; \frac{1}{3}$	$-\sqrt{2} - 3; \sqrt{2} - 3$	-2	-3
4	-2; -1; 1	-6; -3; 3	-5; 1	-5; -4; 2	$1,5; \frac{7}{3}$	$-\sqrt{3} + 1; \sqrt{3} + 1$	-2	-2
5	-3; -2; 3	-3; -2; 2	-4; 3	-3; -1; 2	$-0,2; 0,5$	$-\sqrt{3} + 2; \sqrt{3} + 2$	-3	-1
6	-3; -2; 2	-3; -2; 3	-4; 2	-4; -3; 2	$0,8; 1,5$	$-\sqrt{5} + 3; \sqrt{5} + 3$	-3	-6
7	-4; -3; 3	-7; -2; 2	-4; 1	-5; -4; 3	$-1; 0,25$	$-\sqrt{7} - 4; \sqrt{7} - 4$	-4	-7
8	-4; -1; 1	-4; -3; 3	-3; 2	-3; -2; 1	$2; 3,25$	$-\sqrt{7} + 4; \sqrt{7} + 4$	-4	-2
9	-5; -3; 3	-5; -2; 2	-3; 1	-2; -1; 3	$-\frac{1}{6}; 0,5$	$-\sqrt{3} - 2; \sqrt{3} - 2$	-5	-3
10	-5; -2; 2	-5; -3; 3	-2; 1	-4; -3; 3	$\frac{5}{6}; 1,5$	$-\sqrt{2} + 2; \sqrt{2} + 2$	-5	-5