Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

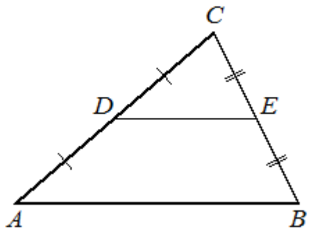
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Площадь треугольника ABC равна 24. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.



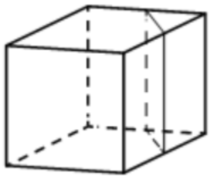
Ответ: ____________________________.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(1;2)$, $\vec{b}\,(-3;6)$ и $\vec{c}\,(4;-2)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Ответ: ____________________________.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 30

3 Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 1,5. Найдите объём куба.



Ответ: ____________________________.

4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпала больше раз, чем орёл.

Ответ: ____________________________.

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: ____________________________.

6 Найдите корень уравнения

$\log_4(8-5x)=2\log_4 3$.

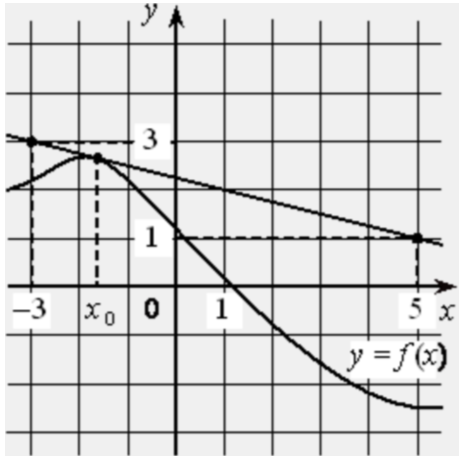
Ответ: ____________________________.

7 Найдите значение выражения

$\dfrac{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}$.

Ответ: ____________________________.

8 На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: ____________________________.

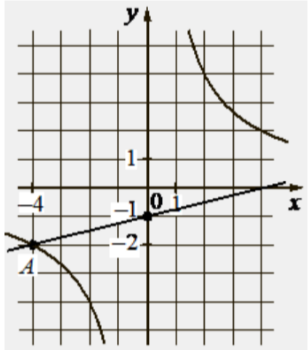
9 В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1=60$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление вычисляется по формуле $R_{\text{общ}}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$. Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

Ответ: ____________________________.

10 Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,5 км от дома. Один идёт со скоростью 2,2 км/ч, а другой — со скоростью 4,4 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: ____________________________.

11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ___________________________.

12 Найдите наибольшее значение функции

$y=25x-25\operatorname{tg}x+41$ на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\cos x=\sin 2x-1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

14 Дана прямая призма, в основании которой равнобедренная трапеция с основаниями $AD=5$ и $BC=4$. Точка M делит ребро A_1D_1 в отношении $A_1M:MD_1=1:4$, точка K — середина DD_1.

а) Докажите, что плоскость MCK делит отрезок BB_1 пополам.
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MCK, если $\angle ADC=60°$, а $\angle MKC=90°$.

15 Решите неравенство

$$\frac{6^x-4\cdot 3^x}{x\cdot 2^x-5\cdot 2^x-4x+20}\le\frac{1}{x-5}.$$

16 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S – натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс. рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

17 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD. Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L. На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E, что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AL \cdot BC = AB \cdot AC$.
б) Найдите EL, если $AC = 12$, $\operatorname{tg}\angle BCA = \frac{1}{4}$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 У ювелира есть 38 полудрагоценных камней, масса каждого из которых – целое число граммов, не меньшее 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трём кучам: в первой куче n_1 камней, во второй – n_2 камней, в третьей – n_3 камней, причём $n_1 < n_2 < n_3$. Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна S_1, во второй – S_2, а в третьей – S_3.

а) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$?
б) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$, если масса любого камня не превосходит 108 граммов?
в) Известно, что масса любого камня не превосходит k граммов. Найдите наименьшее целое значение k, для которого может выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 30

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	6
2	10
3	12
4	0,25
5	0,488
6	-0,2
7	2
8	-0,25
9	12
10	1
11	8
12	41
13	а) $\frac{\pi}{2}+\pi n, \pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{4}$
14	$\frac{33\sqrt{6}}{10}$
15	$[0; 2) \cup (2; 5)$
16	200
17	4,7
18	$(-\infty; -6] \cup \{2\} \cup [8; +\infty)$
19	а) да б) нет в) 128

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

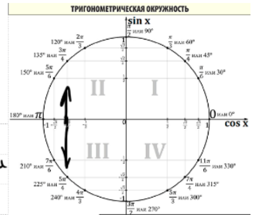
Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение

$$\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\cos x=\sin 2x-1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.



ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2018
Ященко 2022 (36 вар)
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)

ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
2 $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
3 $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$
4 $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

а) $\sqrt{2}\left(\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{4}+\cos 2x\sin\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\cos x=\sin 2x-1$

$\cancel{\sin 2x}+\cos 2x+\sqrt{2}\cos x=\cancel{\sin 2x}-1$

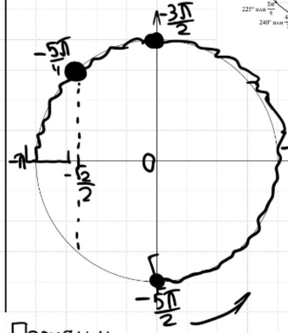
$2\cos^2 x-1+\sqrt{2}\cos x+1=0$

$\cos x\cdot(2\cos x+\sqrt{2})=0$

$\cos x=0$, $x=\frac{\pi}{2}+\pi n$

$\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим

$x=-\frac{3\pi}{2}$

$x=-\frac{5\pi}{2}$

$x=-\frac{\pi}{1}-\frac{\pi}{4}=-\frac{5\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n$; $n\in Z$

б) $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{5\pi}{2}$; $-\frac{5\pi}{4}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 Дана прямая призма, в основании которой равнобедренная трапеция с основаниями $AD=5$ и $BC=4$. Точка M делит ребро A_1D_1 в отношении $A_1M:MD_1=1:4$, точка K — середина DD_1.

а) Докажите, что плоскость MCK делит отрезок BB_1 пополам.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MCK, если $\angle ADC=60°$, а $\angle MKC=90°$.

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2023

а) ① Построение сеч.:

– MK

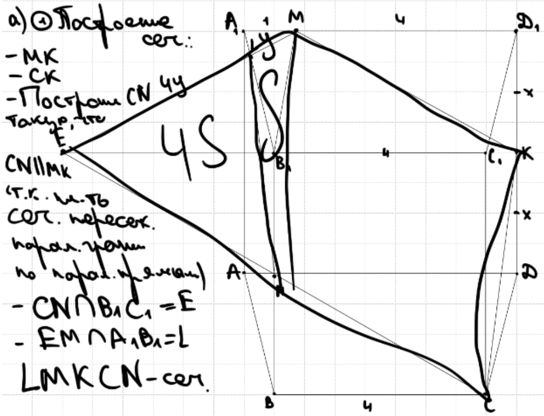
– CK

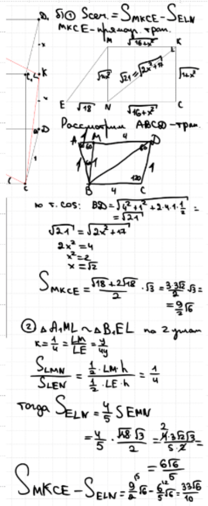
– Построим CN ∥ ... так, что CN∥MK (т.к. ч-ть сеч. пересек. парал. грани по парал. прямым)

– $CN\cap B_1C_1=E$

– $EM\cap A_1B_1=L$

LMKCN-сеч.





② $\Delta BCN=\Delta KD_1M$ по УСУ

(...)

тогда $BN=D_1K=\frac{1}{2}DD_1$

$BN=\frac{1}{2}BB_1$ ■

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство

$$\frac{6^x-4\cdot 3^x}{x\cdot 2^x-5\cdot 2^x-4x+20}\le\frac{1}{x-5}.$$

ИСТОЧНИКИ

FIPI (новый банк)
Досрочная волна 2018

МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ	
БЫЛО	СТАЛО
$\log_a f-\log_a g$	$(a-1)(f-g)$
a^f-a^g	$(a-1)(f-g)$
$\lvert f\rvert-\lvert g\rvert$	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f}-\sqrt{g}$	$(f-g)$

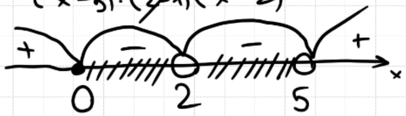
$$\frac{3^x\cdot(2^x-4)}{2^x\cdot(x-5)-4\cdot(x-5)}-\frac{1}{x-5}\le 0$$

$$\frac{3^x\cdot(2^x-4)}{(x-5)(2^x-4)}-\frac{1^{(2^x-4}}{x-5}\le 0$$

$$\frac{(2^x-4)(3^x-1)}{(x-5)(2^x-4)}\le 0$$

$$\frac{(2^x-2^2)(3^x-3^0)}{(x-5)(2^x-2^2)}\le 0$$

$$\frac{(\cancel{2-1})\cdot(x-2)(\cancel{3-1})(x-0)}{(x-5)\cdot(\cancel{2-1})(x-2)}\le 0 \quad \Big| :2$$



Ответ: $[0;2)\cup(2;5)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S — натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс. рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2017
Основная волна (Резерв) 2016

Пусть март – месяц платежа

Дата	Сумма долга
и16	S
я 17	$1{,}15\cdot S$
м 17	$\Rightarrow$ выплата $0{,}45S$
и 17	$0{,}7S$
я 18	$1{,}15\cdot 0{,}7\cdot S=0{,}805\cdot S$
м 18	$\Rightarrow$ выплата $0{,}405S$
и 18	$0{,}4S$
я 19	$1{,}15\cdot 0{,}4S=0{,}46S$
м 19	$\Rightarrow$ в. $0{,}46\cdot S$
и 19	0

$$\begin{cases}\dfrac{\cancel{45}^{9}\cdot S}{\cancel{100}_{20}}\in\mathbb{Z}\\[2mm]\dfrac{\cancel{405}^{81}\cdot S}{\cancel{1000}_{200}}\in\mathbb{Z}\\[2mm]\dfrac{\cancel{46}^{23}\cdot S}{\cancel{100}_{50}}\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

S должно делиться без остатка на 20, 200 и 50

$S_{\text{наим. цел}}=200$

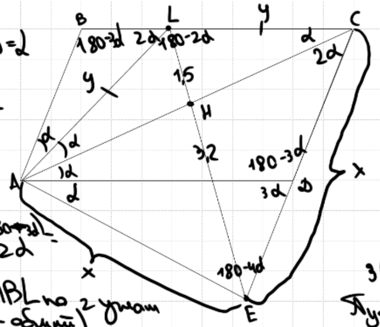
Ответ: 200

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD. Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L. На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E, что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AL \cdot BC = AB \cdot AC$.

б) Найдите EL, если $AC = 12$, $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{4}$.

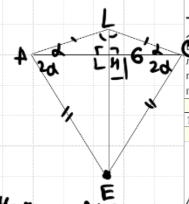


а) ① Пусть $\angle CAD = \alpha$
Тогда $\angle BAC = 2\alpha$
$\angle BAL = \alpha = \angle CAL$

$\angle ABC = 180 - 3\alpha$
$\triangle ABL$:
$\angle ALB = 180 - (\alpha + 180 - 3\alpha) = 2\alpha$

② $\triangle ABC \sim \triangle ABL$ по 2 углам
$\left(\begin{array}{l}\angle B = 180 - 3\alpha - \text{общий} \\ \angle ALB = 2\alpha = \angle BAC\end{array}\right)$
$\frac{AC}{AL} = \cancel{\frac{AB}{BL}} = \frac{BC}{AB}$
$AL \cdot BC = AB \cdot AC$ ■

б) ① $\triangle ALE = \triangle LCE$ по СУС $(\ldots)$



Значит $\angle ALE = \angle CLE$
Пусть $LE \cap AC = H$

② $\triangle ALC$ - р/б
LH - бисс.
Значит LH - высота
$CH = C$
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{4} = \frac{LH}{6}$
$LH = 1{,}5$
$\cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$
$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$
$\sin 2\alpha = \frac{8}{17}$
$\cos 2\alpha = \frac{15}{17}$
$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{8}{15} = \frac{HE}{6}$ $HE = \frac{48}{15} = 3{,}2$

Ответ: 4,7.

ИСТОЧНИКИ

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2022

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

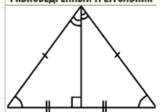
СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

180°

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2	$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
3	$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$
4	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
2	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
3	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$
4	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{(y^2-xy-4y+2x+4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}}=0, \\ a=x+y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

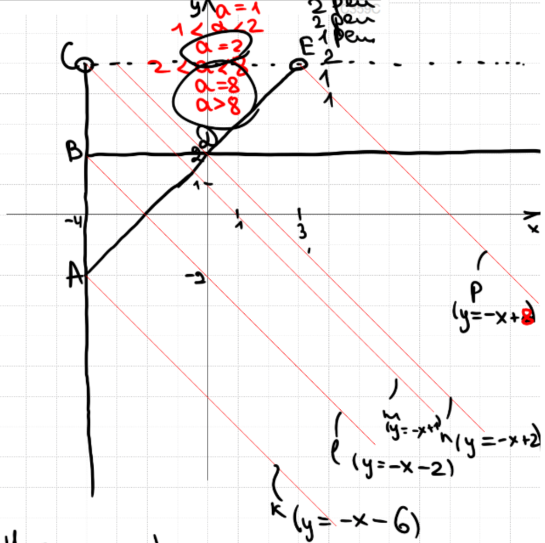
ИСТОЧНИКИ
FIPI (старый банк)
Семёнов 2018
Досрочная волна 2015

при $a<-6$ 1 реш
$a=-6$ 1 реш
$-6<a<-2$ 2 реш
$a=-2$ 2 реш
$-2<a<1$ 3 реш
$a=1$ 2 реш
$1<a<2$ 2 реш
$a=2$ 1 реш
$2<a<8$ 2
$a=8$ 1
$a>8$ 1

Упростим выражение
$y^2-x\cdot y-4\cdot y+2x+4=0$
$y^2+(-x-4)\cdot y+2x+4=0$
$D=(-x-4)^2-4\cdot(2x+4)=$
$=(x+4)^2-8x-16=$
$=x^2+\cancel{8x}+\cancel{16}-\cancel{8x}-\cancel{16}=x^2$
$y=\dfrac{x+4\pm|x|}{2}$

$y=x+2$
$y=2$
Получим $(y-x-2)(y-2)$
Вернёмся к системе

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=x+2 \\ y=2 \\ x=-4 \end{array}\right. \\ x\geq-4 \\ y<5 \\ y=a-x \end{cases}$$



① Найдём координаты т. A.
$x=-4$ пересекается с $y=x+2$ $y=-2$
A $(-4;-2)$
...Аналогично с т. B, C, D, E

② Найдём a для прямой K:
$y=a-x$ проходит через т. A $(-4;-2)$
$-2=a+4$
$a=-6$
...Аналогично с т. B, C, D, E

Ответ. $(-\infty;-6]\cup\{2\}\cup[8;+\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 У ювелира есть 38 полудрагоценных камней, масса каждого из которых – целое число граммов, не меньшее 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трём кучам: в первой куче n_1 камней, во второй – n_2 камней, в третьей – n_3 камней, причём $n_1<n_2<n_3$. Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна S_1, во второй – S_2, а в третьей – S_3.

а) Может ли выполняться неравенство $S_1>S_2>S_3$?
б) Может ли выполняться неравенство $S_1>S_2>S_3$, если масса любого камня не превосходит 108 граммов?
в) Известно, что масса любого камня не превосходит k граммов. Найдите наименьшее целое значение k, для которого может выполняться неравенство $S_1>S_2>S_3$.

ИСТОЧНИКИ
Основная волна (Резерв) 2022

Первая куча Вторая куча Третья куча
$\ldots+\ldots+\ldots=S_1$ $\ldots+\ldots+\ldots=S_2$ $\ldots+\ldots+\ldots=S_3$
n_1 штук $<$ n_2 штук $<$ n_3 штук

а) Пусть $n_1=11$ камней по 300,
$n_2=13$ камней по 200,
$n_3=14$ камней по 100,
Тогда $S_1=3300$,
$S_2=2600$,
$S_3=1400$ ✓
Ответ: а) да

б) ① $n_1\leq 11$ камней (т.к. если $n_1\geq12$, то $n_2\geq13$, $n_3\geq14$, что невозможно, т.к. камней станет >38)
Тогда $S_1\leq 11\cdot108$
$S_1\leq 1188$
② $n_3\geq14$ камней (т.к. если $n_3\leq13$, то $n_2\leq12$, $n_1\leq11$, что невозможно, т.к. камней станет <38)
Тогда $S_3\geq 14\cdot100$
$S_3\geq1400$
Получаем, что $S_3>S_1$ при любом кол-ве камней, удовл. усл.
$\Rightarrow$ не может выполняться
Ответ: б) нет

в) ① $n_1\leq11$ (доказано в п. б)
$S_1\leq 11\cdot k$
$n_3\geq14$ (доказано в п. б)
$S_3\geq14\cdot100$
Получаем $11k\geq1400+2$
$11k\geq1402$
$k\geq127\frac{5}{11}$
$k\geq128$

② Покажем, что $k=128$ может быть:
Первая куча: $\underbrace{128+128+\ldots+128}_{11\text{ камней}}=S_1=1408$, $n_1=11$ камней
Вторая куча: $\underbrace{108+108+\ldots+108}_{13\text{ камней}}=S_2=1404$, $n_2=13$ камней
Третья куча: $\underbrace{100+100+\ldots+100}_{14\text{ камней}}=S_3=1400$, $n_3=14$ камней
✓
Ответ: в) 128

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 30

обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <…>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <…>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.