

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 292

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

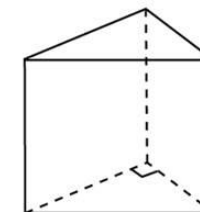
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

2. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известно, что $BC = 21$, $AC = 20$. Найдите длину разности векторов $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{CB}$.

3. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 5. Объем призмы равен 30. Найдите ее боковое ребро.



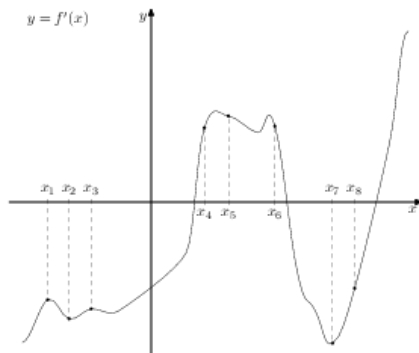
4. Какова вероятность того, что две последние цифры телефонного номера различные?

5. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 7 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 4 очка, в случае ничьей — 3 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

6. Найдите корень уравнения $\log_{10}(3 - x) = \log_{10} 2$.

7. Найдите значение выражения $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$

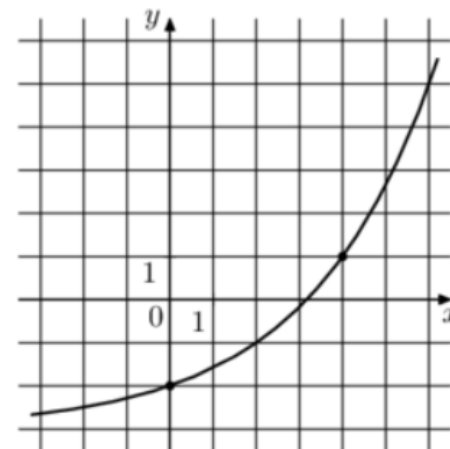
8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 2 м/с.

10. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 13$.



12. Найдите наименьшее значение функции $y = 3 - \frac{5\pi}{4} + 5x - 5\sqrt{2} \sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin 2x = 2 \sin x - \cos x + 1$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. Два конуса имеют общее основание, причем один из них находится внутри другого. Образующие этих конусов составляют с плоскостью основания углы 60° и 30° .

а) Докажите, что вершина меньшего конуса делит высоту большего конуса в отношении $2:1$, считая от вершины большего конуса.

б) Найдите объем тела, заключенного между боковыми поверхностями этих конусов, если известно, что сумма высот обоих конусов равна 4.

15. Решите неравенство:

$$4^x + (x-13)2^x - 2x + 22 < 0$$

16. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 26 месяцев. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 25-й долг должен быть на 20 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 26-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 25-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1407 тысяч рублей?

17. Прямая, параллельная основаниям BC и AD трапеции $ABCD$, пересекает боковые стороны AB и CD в точках M и N соответственно, а диагонали AC и BD — в точках K и L соответственно, причём точка K лежит между M и L .

а) Докажите, что $ML = KN$.

б) Найдите MN , если $BC = 2$, $AD = 3$ и $MK : KL : LN = 3 : 1 : 3$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin 3x + a \sin x = 0$$

не имеет решений на интервале $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

19. Есть 16 монеток по 2 рубля и 29 монеток по 5 рублей.

а) Можно ли взять несколько из них так, чтобы сумма взятых монет была равна 175?

б) Можно ли взять несколько из них так, чтобы сумма взятых монет была равна 176?

в) Какое наименьшее количество монеток по 1 рублю нужно добавить в набор, чтобы можно было получить любую целую сумму от 1 до 180 включительно.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

1	21
2	29
3	4
4	0,9
5	0,33
6	1
7	20
8	3
9	751
10	616
11	8
12	− 2

13	а) $2\pi k; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-2\pi; -\frac{5\pi}{6}.$
14	$2\pi.$
15	$(1; 3).$
16	400 000.
17	$\frac{42}{17}.$
18	$(-\infty; -3] \cup [-1; +\infty).$
19	а) да; б) нет; в) 3.