

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 294

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

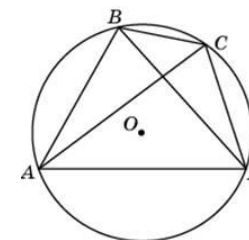
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

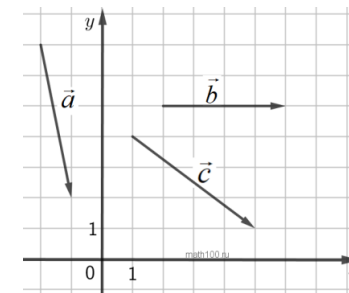
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 110° , угол ABD равен 70° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение $(\vec{b} - \vec{a}) \cdot \vec{c}$.



3. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A_1 , B_1 , B , C правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 4, а боковое ребро равно 3.

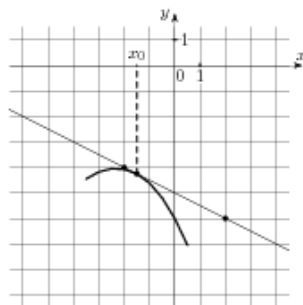
4. Какова вероятность того, что номера двух случайно выбранных паспортов оканчиваются одной и той же цифрой?

5. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» не будет начинать ни одной игры.

6. Найдите корень уравнения $\sqrt{27 + 6x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

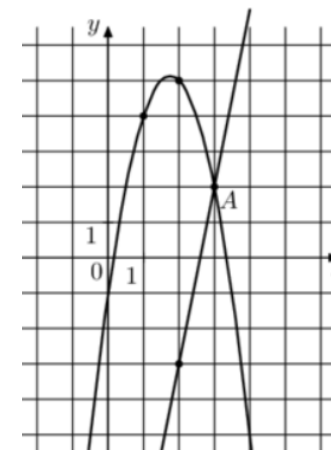
8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



9. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

10. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x - 13$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



12. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 6e^x + 3$ на отрезке $[1; 2]$.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 4. На продолжении ребра SA за точку A отмечена точка P , а на продолжении ребра SB за точку B – точка Q , причем $AP = BQ = SA$.

а) Докажите, что прямые PQ и SC перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и CPQ .

15. Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

16. Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — **целое** число. Найдите наименьшее

значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

17. Окружность, построенная на биссектрисе BL равнобедренного треугольника ABC как на диаметре, пересекает основание BC в точке P . Боковая сторона треугольника вдвое больше его основания.

а) Докажите, что $BP = 5CP$.

б) Пусть указанная окружность пересекает сторону AB в точке M . Найдите BL , если $ML = \frac{\sqrt{15}}{2}$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y^2 - x - 2 = |x^2 - x - 2|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

19. Дед покупал капусту, которая может весить 2, 4 и 6 кг. Суммарный вес кочанов капусты равен N кг. Его сосед попросил тоже купить ему капусту и поделить поровну.

а) Существуют ли значения весов кочанов капусты при $N = 20$, которые нельзя поделить поровну?

б) Существуют ли значения кочанов капусты при $N = 48$, которые нельзя поделить поровну?

в) Найдите все значения N , при которых возможно будет поделить капусту поровну.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

1	40
2	− 3
3	4
4	0,1
5	0,125
6	9
7	− 1,5
8	− 0,5
9	4000
10	21
11	− 23
12	− 6

13	а) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{7\pi}{4}.$
14	$\arccos \frac{8\sqrt{195}}{195}.$
15	$\left(0; \frac{1}{64}\right) \cup \{4\} \cup (64; \infty).$
16	8.
17	$\sqrt{10}.$
18	$(1 - \sqrt{10}; -2) \cup \{0\}.$
19	а) да; б) нет; в) $24n, n = 1, 2, 3, \dots$