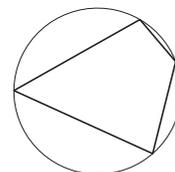


Вариант №13

Часть 1

- 1 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 86° и 49° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

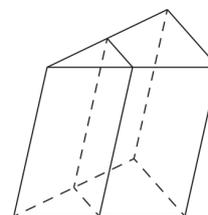


Ответ: _____.

- 2 Длина вектора \vec{a} равна $20\sqrt{3}$, угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° , а скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно 15. Найдите длину вектора \vec{b} .

Ответ: _____.

- 3 Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 80, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

- 4 На олимпиаде по химии 300 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 120 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5 Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,3. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

Ответ: _____.

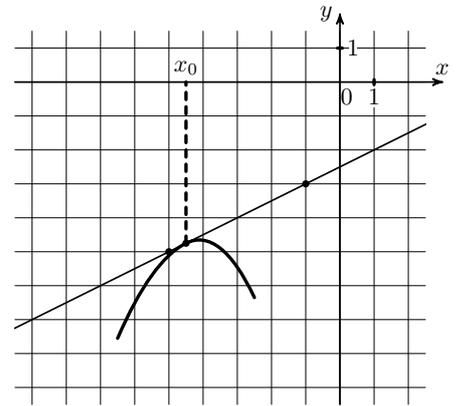
- 6 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+7} = 5$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(\sqrt{20} - \sqrt{45}) \cdot \sqrt{5}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

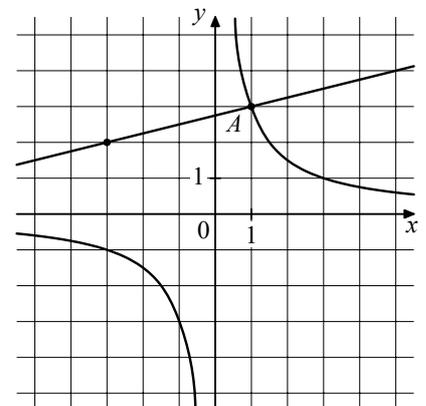
- 9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}}$, где m_0 – начальная масса изотопа (в мг), τ – время, прошедшее от начального момента, в минутах, T – период полураспада в минутах. В начальный момент времени масса изотопа 100 мг. Период его полураспада составляет 2 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг.

Ответ: _____.

- 10 Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 30 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 22:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость баржи, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = 13 + 48x - x^3$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$2 \sin x \cos^2 x - \sqrt{2} \sin 2x + \sin x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная четырёхугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Плоскость α проходит через вершины B_1 и D и пересекает рёбра AA_1 и CC_1 в точках M и K соответственно. Известно, что M – середина ребра AA_1 .

а) Докажите, что MB_1KD – ромб.

б) Найдите площадь ромба MB_1KD , если объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 9, а площадь её основания $ABCD$ равна 3.

15 Решите неравенство

$$x^2 \log_{343}(x-1) \geq \log_7(x^2 - 2x + 1).$$

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равны;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 499,2 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2027 году?

17 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

а) Докажите, что лучи BM и BD делят угол ABC на три равные части.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 6\sqrt{21}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x + ay - 4)(x + ay - 4a) = 0, \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых либо чётное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 9. Сумма написанных чисел равна 877.

а) Может ли на доске быть ровно 27 чётных чисел?

б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 9?

в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 9, может быть на доске?