



Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

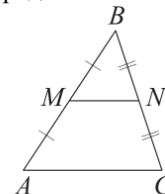
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

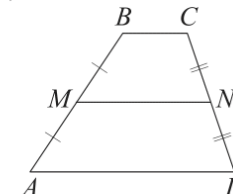
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

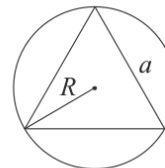


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

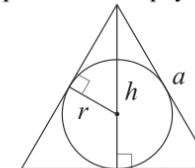


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

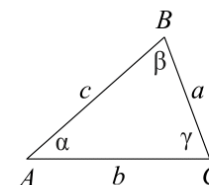
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



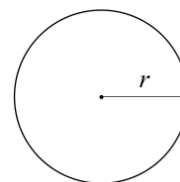
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



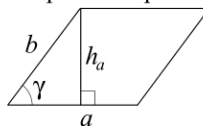
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур

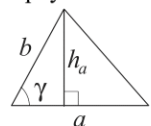
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

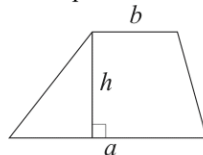
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

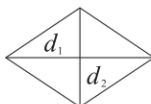
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

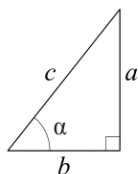
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

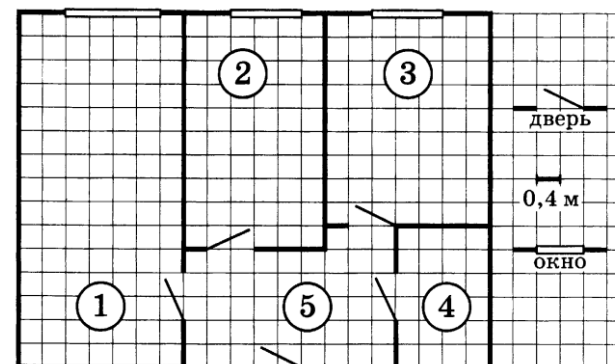
Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка даны обозначения двери и окна, а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,4 м. Вход в квартиру находится в прихожей. Справа от входа в квартиру располагаются кухня и санузел, причём площадь кухни больше площади санузла. Остальные два помещения – это спальня и гостиная. Гостиная имеет наибольшую площадь из всех помещений этой квартиры. Балкон и лоджия отсутствуют.



- 1 Для помещений, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность пяти цифр.

Помещения	спальня	санузел	кухня	гостиная	прихожая
Цифры					

- 2 Из трёх окон квартиры одно шире двух других. Найдите ширину этого окна. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 3 Плитка для пола размером $20 \text{ см} \times 20 \text{ см}$ продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки необходимо купить, чтобы выложить пол санузла?

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь, которую занимает спальня. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 На сколько процентов площадь гостиной больше площади спальни?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{2,4}{5,4 - 7,8}$$

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены числа p , q и r .



Какая из разностей $q - p$, $q - r$, $r - p$ положительна?

- 1) $q - p$
- 2) $q - r$
- 3) $r - p$
- 4) ни одна из них

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{x^9 \cdot x^5}{x^{10}}$$

при $x = 3$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение

$$5x^2 + 4x - 1 = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

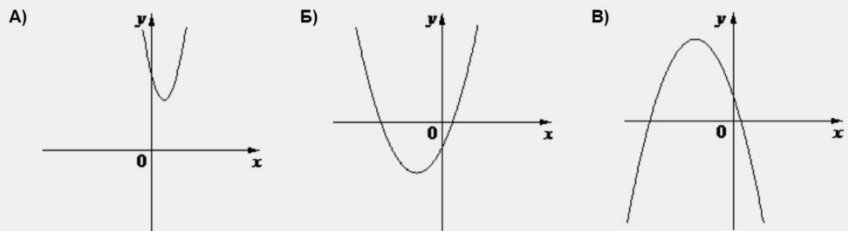
- 10 В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, три неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.



11 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $a > 0, c < 0$ 2) $a < 0, c > 0$ 3) $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Центробежное ускорение при движении по окружности (в m/c^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в c^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $8,5 c^{-1}$, а центробежное ускорение равно $505,75 m/c^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -48 + 6x > 0, \\ 6 - 5x > -4. \end{cases}$$

- 1) $(2; 8)$
 2) $(-\infty; 2)$
 3) нет решений
 4) $(8; +\infty)$

Ответ:

14 Курс воздушных ванн начинают с 10 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 5 минут. В какой по счёту день продолжительность процедуры достигнет 1 часа 5 минут?

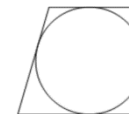
Ответ: _____.

15 Один из углов равнобедренной трапеции равен 99° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 10. Найдите высоту этой трапеции.



Ответ: _____.

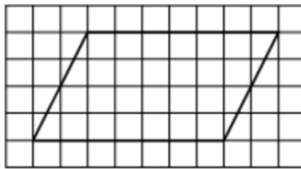
17 Сторона ромба равна 9, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.



- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
- 2) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 3) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$x^3 + 3x^2 = 16x + 48.$$

- 21 Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x - 1}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

- 23 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 42$, $BC = 14$, $CF:DF = 4:3$.

- 24 Точка E – середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

- 25 На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 49$, $MD = 42$, H – точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	24315		
2	160		
3	10		
4	9,6		
5	75		
6	-1		
7	2		
8	81		
9	0,2		
10	0,98		
11	312		
12	7		
13	3		
14	12		
15	81		
16	20		
17	18		
18	28		
19	13		
20	-4; -3; 4		
21	19,5		
22	0,75		
23	30		
24	■		
25	13		



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$.

$$x^2 \cdot (x+3) = 16 \cdot (x+3)$$

$$x^2 \cdot (x+3) - 16 \cdot (x+3) = 0$$

$$(x+3) \cdot (x^2 - 16) = 0$$

$$(x+3) \cdot (x-4) \cdot (x+4) = 0$$

$x = -3$ или $x = 4$ или $x = -4$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $\pm 4; -3$

21 Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

$$\begin{cases} x \cdot 40 + y \cdot 30 = 0,73 \cdot 70 \\ x \cdot m + y \cdot m = 0,72 \cdot 2m \end{cases} \quad | : m$$

Выразим y : $y = 1,44 - x$

$$40x + 30 \cdot (1,44 - x) = 51,1$$

$$40x + 43,2 - 30x = 51,1$$

$$10x = 7,9$$

$$x = 0,79$$

$$y = 1,44 - 0,79 = 0,65$$

$$30 \cdot 0,65 = 19,5$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 19,5

22 Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x) |x|}{x - 1}$.
Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

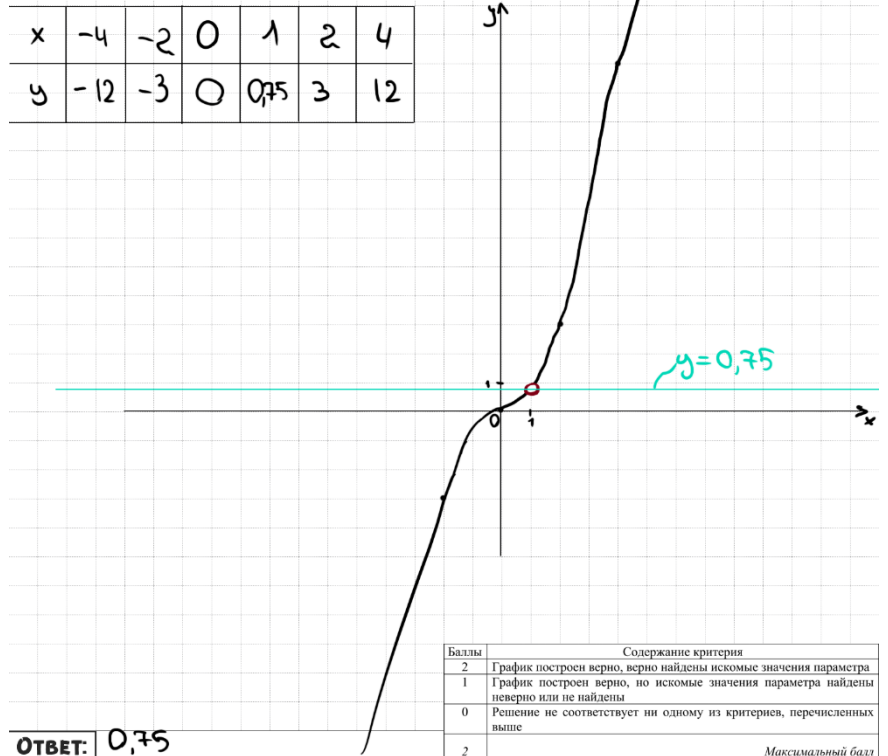
$$y = \frac{0,75x \cdot (x-1) \cdot |x|}{x-1} \quad \text{при } x \neq 1, \text{ получаем } y = 0,75x \cdot |x|$$

① При $x \geq 0$
 $y = 0,75x^2$

② При $x < 0$
 $y = -0,75x^2$

$$y = \begin{cases} 0,75x^2 & \text{при } x \geq 0 \\ -0,75x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

x	-4	-2	0	1	2	4
y	-12	-3	0	0,75	3	12



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

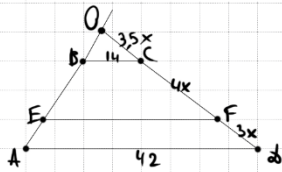
ОТВЕТ: 0,75



23

Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 42$, $BC = 14$, $CF : DF = 4 : 3$.

55CB45



① $AB \parallel CD \Rightarrow \angle O = \angle O$
 ② $\triangle AOD \sim \triangle BOC$ по 2 углам
 $\frac{3 \cdot 42}{14} = \frac{7x + OC}{OC}$
 $3 \cdot OC = 7x + OC$
 $8 \cdot OC = 7x$
 $OC = 3.5x$
 ③ $\triangle AOD \sim \triangle OEF$ по 2 углам
 $\frac{42}{EF} = \frac{10.5x}{7.5x}$ $\frac{42}{EF} = \frac{10.5}{7.5}$

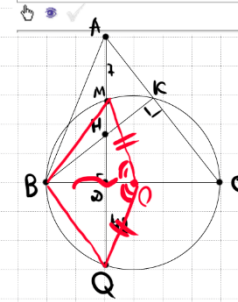
$$EF = \frac{42 \cdot 7.5}{10.5} = 30$$

ОТВЕТ: 30

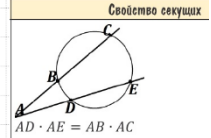
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 49$, $MD = 42$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .



① K лежит на окружности $\angle K = \angle BKC = 90^\circ$
 и $\angle BKC$ — опирается на диаметр.
 ② AQ и AC — секущие
 $AM \cdot AQ = AK \cdot AC$
 $7 \cdot (49 + 42) = AK \cdot AC$
 $637 = AK \cdot AC$
 ③ $\triangle AKH \sim \triangle ACD$
 $\frac{AK}{AD} = \frac{AH}{AC}$
 $AD \cdot AK = AH \cdot AC$
 $749 \cdot AK = AH \cdot 91$
 $AH = 13$



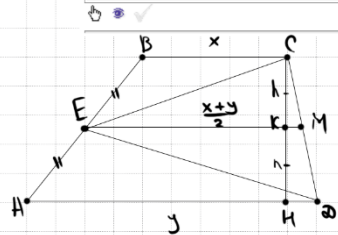
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 13

24

Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

955204



① $S_{ECD} = S_{ECM} + S_{EDM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x+y}{2} \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \frac{x+y}{2} \cdot h$
 $= \frac{1}{4} \cdot (x+y) \cdot h + \frac{1}{4} \cdot (x+y) \cdot h$
 $= \frac{1}{2} \cdot (x+y) \cdot h$
 ② $S_{трапеции} = \frac{x+y}{2} \cdot 2h = (x+y) \cdot h$
 $\Rightarrow S_{ECD} = \frac{1}{2} S_{трап}$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 232/551, зарегистрирован Минюстом России 12.05.2023 № 73292)

«72. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями развёрнутых ответов (в том числе устных) на задания КИМ в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый развёрнутый ответ на задания КИМ. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в первичных баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Третий эксперт назначается по согласованию с председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося.

Существенными считаются следующие расхождения.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

