Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 330
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол A равен $60°$, угол B равен $82°$. AD, BE и CF — высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOF. Ответ дайте в градусах.

2. В треугольнике с вершинами в точках $A(2;4)$, $B(2;8)$ и $C(6;4)$ найдите угол A. Ответ дайте в градусах.

3. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, D, A_1, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 5$.

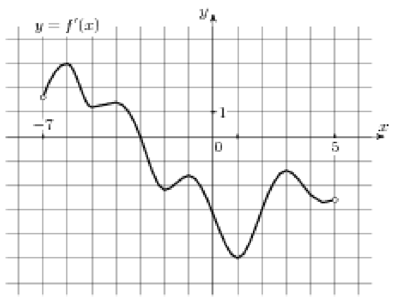
4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 8 спортсменов из Сербии, 3 спортсмена из Хорватии и 6 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.

5. Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8».

6. Решите уравнение $\dfrac{x+5}{7x+11}=\dfrac{x+5}{6x+1}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

7. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\dfrac{6\sin\alpha-2\cos\alpha}{4\sin\alpha-4\cos\alpha}=-1$

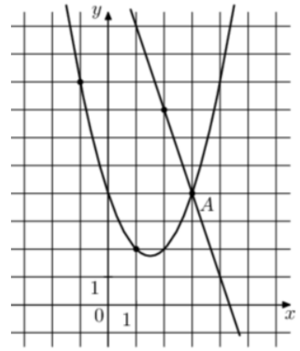
8. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7;5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-6;4]$.



9. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t)=m_0\cdot 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0=40$ мг изотопа Z, период полураспада которого $T=10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

10. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

11. На рисунке изображены графики функций $f(x)=-3x+13$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



12. Найдите наименьшее значение функции $y=10x-10\ln(x+8)+19$ на отрезке $[-7,5;\,0]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_x \sqrt{2} - \log_x^2 \sqrt{2} = \log_3 27 - \log_x (2x)$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\sqrt[5]{2}; \sqrt[3]{2}\right]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ отметили точки M и K на ребрах AA_1 и A_1B_1 соответственно. Известно, что $AM = 5MA_1$, $A_1K = KB_1$. Через точки M и K провели плоскость α перпендикулярно грани ABB_1A_1.

а) Докажите, что плоскость α проходит через вершину C_1.

б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α, если все ребра призмы равны 12.

15. Решите неравенство:

$$\frac{11 - 5^{x+1}}{25^x - 5\left(35 \cdot 5^{x-2} - 2\right)} \ge 1{,}5$$

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 700 тыс. рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

• в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 19% по сравнению с концом предыдущего года;

• в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

• с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

• в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

• к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

17. На стороне AB и диагонали AC квадрата $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно, причём $AM : MB = 1 : 4$ и $AN : NC = 3 : 2$.

а) Докажите, что точки A, M, N и D лежат на одной окружности.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей четырёхугольника $AMND$ до прямой MN, если сторона квадрата равна 30.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} |x| + 2a \le 4, \\ \sqrt{|x-1|} \le a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Целое число S является суммой не менее трех последовательных членов непостоянной арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел.

а) Может ли S равняться 8?

б) Может ли S равняться 1?

в) Найдите все значения, которые может принимать S.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 330

1	82	Решение
2	90	Решение
3	30	Решение
4	0,4	Решение
5	0,12	Решение
6	– 5	Решение
7	0,6	Решение
8	– 3	Решение
9	30	Решение
10	4	Решение
11	22	Решение
12	– 51	Решение

13	а) $\sqrt[4]{2}$; $\sqrt{2}$; б) $\sqrt[4]{2}$.	Решение
14	$6\sqrt{30}$.	
15	$\left[0;\log_5 2\right)\cup\left[\log_5\frac{8}{3};1\right)$.	Решение
16	1400 тыс. рублей.	Решение
17	$\sqrt{13}$.	
18	$[0;2]$.	
19	а) да; б) нет; в) любые целые значения, кроме -1 и 1.	